ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 1942.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès, survenu à Clermont-Ferrand, le 7 mars 1942, de M. **Émile Mathias**, Correspondant pour la Section de Physique générale.

Notice nécrologique sur ÉMILE MATHIAS,
par M. **Charles Maurain**.

Émile Mathias est né le 15 août 1861 à Paris. C'est là qu'il fit ses études de licence et d'agrégation. Agrégé des sciences physiques et naturelles en 1885, il devient préparateur de physique au Laboratoire d'Enseignement de la Physique, dirigé par Bouty à la Sorbonne, mais travaille d'abord à l'École Normale avec Cailletet, qui continuait ses célèbres recherches sur les gaz liquéfiés. Mathias collabora avec lui à la création de méthodes pour l'étude des densités des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées. Les mesures conduisirent, dès 1886, à la découverte de la loi dite du diamètre rectiligne : si l'on construit deux courbes représentant, en fonction de la température, les densités du liquide et de la vapeur saturée, on constate qu'elles forment deux branches d'une même courbe, se raccordant au point critique, où la tangente est parallèle à l'axe des densités; les milieux des cordes rectilignes de la courbe parallèles à cet axe forment une ligne droite. Les mesures, sans être poursuivies jusqu'au point critique, permettent de construire la courbe et le diamètre rectiligne, dont l'intersection donne avec précision la densité critique. Mathias montra plus tard que pour certains corps le diamètre n'est qu'approximativement rectiligne.

Ayant ainsi débuté dans la recherche scientifique par des travaux sur les gaz liquéfiés, Mathias continua pendant toute sa vie de s'intéresser à leur étude, tout en s'adonnant bientôt à des recherches de genre très différent.

Il entreprend, au laboratoire de la Sorbonne, sur la chaleur de vaporisation des gaz liquéfiés, un travail qui fut sa Thèse de doctorat; il employait une

méthode calorimétrique à température constante, permettant de faire les mesures dans des conditions bien définies, et avec précision.

Après deux années de professorat au lycée de Marseille (1889-1891), Mathias est nommé maître de conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse, où il deviendra professeur titulaire en 1895. Il y continue ses travaux sur la calorimétrie des gaz liquéfiés, mesurant leur chaleur spécifique et leur chaleur de vaporisation. Puis il étudie l'application des lois des états correspondants aux conditions voisines de l'état critique; il montre que ces lois ne s'appliquent pas avec précision de manière générale, et que les vérifications sont beaucoup plus satisfaisantes si les comparaisons portent sur des groupes de corps convenablement formés.

En 1909, à la suite de conversations avec Kamerlingh Onnes au premier Congrès international du froid, Mathias commence avec les physiciens du Laboratoire cryogène de Leyde une longue collaboration pour l'étude des densités et du diamètre des corps à température critique basse. Sont étudiés : l'oxygène (1909), l'argon (1912), l'azote (1914), l'hydrogène (1920), le néon (1921), l'hélium (1924), l'éthylène (1927), l'oxyde de carbone (1932), le krypton (1937). Pour la plupart de ces corps, les diamètres ne sont pas parfaitement rectilignes, mais la méthode s'applique cependant avec une précision satisfaisante à la détermination de la densité critique.

Ces travaux, et d'autres dont je ne peux donner le détail, relatifs au même domaine, eussent suffi à illustrer une belle carrière scientifique. Et cependant, depuis bien longtemps, c'était surtout à d'autres travaux que se consacrait Mathias.

Dès 1893, il avait été chargé de la direction du Service magnétique à l'Observatoire de Toulouse, dont B. Baillaud était alors directeur. Il organisa ce Service, et, en dehors des mesures magnétiques à la station centrale, fit lui-même des mesures dans la région en 176 stations. Il étudia alors la représentation des résultats par des cartes relatives aux divers éléments magnétiques et par des formules simples donnant, en fonction de la latitude et de la longitude, ce qu'on peut considérer comme la distribution régulière du champ magnétique terrestre dans une petite région; il étendit ce mode de représentation à l'ensemble du réseau magnétique français établi par Moureaux. Les différences entre les valeurs réelles des éléments magnétiques et les valeurs calculées à l'aide des formules définissent des anomalies magnétiques, attribuables en partie aux propriétés magnétiques des roches du sous-sol, et sur l'observation desquelles est fondée la méthode magnétique d'étude du sous-sol, qui est maintenant si largement appliquée.

Mathias s'intéressa aussi à cette époque à la météorologie, et, lors de la mort prématurée de Bernard Brunhes en 1910, il lui succéda comme directeur de l'Observatoire du Puy de Dôme et comme professeur à l'Université de Clermont-Ferrand.

Dès lors son activité se porta surtout sur la Physique du Globe. La gestion scientifique et matérielle d'un observatoire comme celui du Puy-de-Dôme est une lourde tâche. Mathias y ajouta celle de la création dans la plaine, près de Clermont, d'un observatoire qui pût conjuguer ses travaux avec ceux de l'observatoire du sommet; la construction des bâtiments s'achevait quand survint la guerre de 1914; il fallut à Mathias de longs efforts pour terminer dans la suite les installations.

Je ne peux que passer rapidement en revue les sujets principaux des travaux géophysiques de Mathias.

Sur sa proposition fut entrepris en 1922, sous les auspices du Comité français de Géodésie et Géophysique, l'établissement d'un nouveau réseau magnétique de la France, qui fut terminé en 1926. J'eus l'honneur de lui être associé dans la direction de ce grand travail, fondé sur des mesures faites en 1328 stations. Mathias tint à coopérer aux mesures sur le terrain, et en fit en 160 stations. Les études qu'il avait faites à Toulouse furent bien précieuses pour orienter les travaux et tirer le meilleur parti des résultats.

Il attachait une grande importance à l'étude de l'électricité atmosphérique, institua des mesures de la conductibilité et du champ électrique au sommet du Puy de Dôme, et dirigea la publication d'un Traité d'électricité atmosphérique et tellurique. Mais ce sont surtout la foudre et l'éclair qui furent l'objet de ses travaux; il leur consacra de nombreux mémoires, particulièrement sur les diverses formes de l'éclair et sur la matière fulminante qu'il fait intervenir dans l'interprétation de certains phénomènes.

L'étude difficile de la pluie retint aussi beaucoup Mathias. Il y consacra en 1919 un long Mémoire où l'on trouve un exposé critique des méthodes de mesure, des statistiques étendues à toute la France, l'étude de la variation avec l'altitude et des phénomènes qui se produisent dans l'atmosphère sur le passage de la pluie. Il est revenu à plusieurs reprises sur ce sujet et y consacrait encore un Mémoire en 1939.

Mathias avait été doyen de la Faculté des Sciences de Clermont de 1912 à 1919. Pendant la guerre de 1914, il organisa à l'observatoire de la plaine, qui venait d'être bâti, un hôpital auquel Mme Mathias et lui-même, cruellement frappés par la mort aux armées de leur fils aîné, consacrèrent leur dévoûment. Il fut élu Correspondant de l'Académie le 16 juin 1919. C'était un homme de grand cœur et de fine culture, se donnant tout entier à ses travaux. Il atteignit la limite d'âge en 1931, mais, se fixant au voisinage de l'observatoire qu'il avait créé, il continua dans la retraite, jusqu'à ses derniers jours, le labeur désintéressé et passionné qui a été la règle de toute sa vie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la saponification des amides.*
Note de MM. **Marcel Delépine** et **Marius Badoche**.

Nous avons montré qu'il existait deux acides époxy-2-6 heptane carboxyliques-3, respectivement à F 92° et 89°, ayant des amides à F 72° et 159°, dont la saponification alcaline régénérait un même acide, celui qui fond à 89°, tandis que la saponification acide régénère les acides initiaux [1]. Il y avait donc en milieu alcalin une isomérisation qui ne s'était pas produite en milieu acide. Nous avions réservé notre explication. Celle-ci découle de l'existence d'une forme intermédiaire énol-amine commune aux deux amides.

Les amides ayant les schémas (I) et (II) différant par les situations *cis* et *trans* de H et $CO.NH^2$ par rapport au plan de l'anneau, la forme commune sera (III) (abstraction faite des positions respectives de OH et NH^2, qui se placent dans le plan de l'anneau).

$$CH^3.CH\begin{cases}O—CH^3.CH\\CH^2—CH^2\end{cases}\!>\!\underset{CO.NH^2}{\overset{H}{C}} \qquad (I).$$

$$>\!\underset{H}{\overset{CO.NH^2}{C}} \qquad (II).$$

$$\begin{matrix}—CH^3.CH\\—CH^2\end{matrix}\!>\!C=C\begin{matrix}OH\\NH^2\end{matrix} \qquad (III).$$

La forme (III) retourne soit à l'un, soit à l'autre des deux amides, soit aux deux; après saponification, on obtient soit un, soit deux acides. Dans notre cas, nous n'avions retrouvé qu'un seul acide, mais on aurait pu aussi bien en avoir deux; cela dépend de leur stabilité relative.

La forme énol-amine a été déjà invoquée par Dakin pour expliquer la racémisation des hydantoïnes actives et celle des protides; par Levene et ses collaborateurs à propos de la racémisation des peptides, des diacipipérazines, et surtout mise bien en évidence par Mac Kenzie et Smith à propos de la racémisation d'amides actifs, tels que le mandélamide $C^6H^5.CHOH.CO.NH^2$ etc. Mme Ramart y a eu recours à propos des propriétés spectrographiques de quelques malonamides, et Mlle Montagne pour élucider l'action des organomagnésiens sur le diéthylamide acétique $CH^3.CO.N(C^2H^5)^2$. Nous ne pouvons ici rapporter la bibliographie, que l'on trouvera ailleurs.

Dans nombre de travaux, on a eu surtout égard aux formes céto-amine $R.CO.NH^2$ ou imino-alcool R.C(OH)(:NH) (avec des radicaux ou non à la place des hydrogènes). De sorte que la saponification en milieu acide ou alcalin s'exprime par les schémas bien connus

$$R.C\begin{matrix}\nearrow O\\ \searrow NH^2\end{matrix}\ \xrightarrow{+XH}\ R.C\begin{matrix}OH\\X\\NH^2\end{matrix}\ \xrightarrow{+OH^2}\ R.C\begin{matrix}OH\\X\\ONH^4\end{matrix}\ \xrightarrow{-XNH^4}\ R.C\begin{matrix}OH\\ \searrow O\end{matrix}$$

ou

$$R.C\begin{matrix}OH\\ \searrow NH\end{matrix}\ \xrightarrow{+HOK}\ R.C\begin{matrix}OK\\OH\\NH^2\end{matrix}\ \xrightarrow{-NH^3}\ R.C\begin{matrix}OK\\ \searrow O\end{matrix}$$

---

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 745.

Or il est vraisemblablement de nombreux cas où le radical R intervient, s'il contient un hydrogène suffisamment mobile à côté de la fonction amide. Il faut alors avoir recours, comme l'ont fait Mac Kenzie et Smith, à la possibilité supplémentaire

$$R_1R_2CH.C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow NH^2\end{smallmatrix} \xrightarrow{+HOK} R_1R_2.CH.C\begin{smallmatrix}\nearrow OH\\ - OK\\ \searrow NH^2\end{smallmatrix} \xrightarrow{-HOK} R_1R_2C{=}C\begin{smallmatrix}\nearrow OH\\ \searrow NH^2\end{smallmatrix}.$$

Cette possibilité devient une nécessité pour expliquer les racémisations mentionnées. Mais si c'est une nécessité, il ne faut pas en déduire que la possibilité se réalisera toujours. Ainsi $C^6H^5.CH(OH).CO.NH^2$, selon Mac Kenzie et Smith, se racémise, tandis que

$$C^6H^5.CH^2.CH(OH)CO.NH^2 \quad \text{ou} \quad NH^2.CO.CH(OH).CH(OH).CO.NH^2$$

ne se racémisent pas. Notre attention ayant été attirée sur ces phénomènes à propos des amides époxy-2-6 heptane carboxyliques-3, nous avons voulu considérer les divers cas où l'on peut les déceler.

La caractéristique de la tautomérie énol-amine, c'est que le processus de saponification ne se révèle chimiquement que si la fonction amide est contiguë à un atome de carbone asymétrique ou à un atome appartenant à un cycle dans lequel elle peut prendre les positions *cis* ou *trans*, sans que la molécule ait alors besoin de posséder un ou plusieurs atomes asymétriques.

Pour expliciter, s'il n'y a qu'un atome de carbone asymétrique, la tautomérie énol-amine ne sera saisie que sur les corps pris à l'état actif, qui deviennent alors racémiques; l'amide ou l'acide racémiques se distingueront des corps actifs par l'absence de pouvoir rotatoire ou par d'autres propriétés physiques (point de fusion, solubilité, état d'hydratation etc.). Mais, si l'on partait d'un racémique, on ne saurait rien apercevoir, puisque ou l'amide ou l'acide seraient identiques aux points de départ. Cela suggère que le phénomène intervient sûrement aussi dans le cas d'un amide à structure symétrique $R_1R_1.CH.CO.NH^2$; mais nous ne saurions le dévoiler que par des réactions chimiques à trouver ou par des procédés physiques appropriés.

S'il y a plusieurs atomes de carbone asymétriques, après l'épimérisation de celui qui est contigu à la fonction amide, il subsiste d'autres formes distinctes, même s'il s'agit de racémiques, et il n'est pas nécessaire de partir de corps optiquement actifs. Notre exemple des acides époxy-2.6 heptane carboxyliques-3 est précisément un de ces cas. On peut écrire d'une façon générale

$$\left.\begin{matrix} R.\overset{R_1}{\underset{R_2}{C}}.(CH^2)^n.\overset{R_3}{\underset{H}{C}}.CO.NH^2 \\[2ex] R.\overset{R_1}{\underset{R_2}{C}}.(CH^2)^n.\overset{H}{\underset{R_3}{C}}.CO.NH^2 \end{matrix}\right\} \rightarrow R.\overset{R_1}{\underset{R_2}{C}}.(CH^2)^n.CR_3{=}C\begin{smallmatrix}\nearrow OH\\ \searrow NH^2\end{smallmatrix}$$

Forme commune.

De la forme commune, on retournera à l'un ou à l'autre des amides ou aux deux, et, s'il y a saponification, à l'un ou à l'autre des acides générateurs ou aux deux. L'expression ci-dessus comprend des substances à chaîne normale ou cyclique, avec *n* variable ou nul.

Un dernier cas est celui où la fonction amide fait partie d'un système sans activité optique qui garde sa symétrie, alors qu'elle-même peut prendre des situations différentes en *cis* et en *trans*. Un exemple simple est celui d'un amide hexahydrobenzoïque substitué en para, comme l'acide hexahydro-*p*-toluique :

```
CH³                      CO.NH²          H                        OH
|                        |               |                       /
C<CH²—CH²>C                         —CH²>C              —CH²>C=C
  CH²—CH²                           —CH²                —CH²     \
|                        |               |                        NH²
H                        H               CO.NH²

     Forme cis.                     Forme trans.        Forme commune
```

La transformation se révélera parce que l'un des amides se changera en l'autre, ou que l'acide d'arrivée sera différent de l'acide de départ (ces transformations pouvant être plus ou moins complètes).

Nous avons vérifié ces vues sous les diverses modalités indiquées : 1° avec l'amide et l'anilide de l'acide phényléthylacétique actif $(C^6H^5)(C^2H^5).CH.CO.NH^2$; 2° avec un amide F 198-199° d'une phénylisosérine racémique $C^6H^5.CH(NH^2).CH(OH).CO.NH^2$; 3° avec les α-amides camphoriques et isocamphoriques actifs dont le cas rappelle celui des amides époxy-2.6 heptane carboxyliques-3 (ici l'activité optique n'était pas nécessaire, mais sa présence rendait le travail plus facile) ; 4° avec les amides hexahydro-*p*-toluiques *cis* et *trans* signalés ci-dessus.

Dans tous les cas, la saponification acide a redonné les acides générateurs, tandis que la saponification alcaline a ou racémisé, ou donné les deux acides possibles, parfois rien qu'un seul. De plus, nous avons vérifié que les alcalis ne modifiaient pas les acides dans les conditions de la saponification alcaline, de sorte que c'est bien la fonction amide qui entraîne les transformations observées.

Parmi les composés camphoriques, nous avons aussi examiné les amides β camphoriques, les méthylamides α et β, le diamide isocamphorique. L'action de l'eau et de l'acide chlorhydrique conduit à des phénomènes spéciaux (anhydride avec l'eau, imide avec l'acide chlorhydrique) qui se superposent à la saponification des amides camphoriques α et β. La saponification alcaline des amides α-camphorique et isocamphorique donne dans les deux cas un mélange d'acides camphorique et isocamphorique, c'est-à-dire que le réarrangement se fait dans les deux sens.

Nous ajouterons une simple remarque : comme l'ont indiqué Mac Kenzie et Smith, la racémisation (ou le passage par la forme commune) n'est pas nécessairement totale, de sorte que si saponification s'ensuit, une partie de la

substance peut se saponifier suivant le mode où l'hydrogène du CH n'intervient pas et les deux phénomènes se superposent. Dans le cas d'un composé actif à un seul atome de carbone, cela se traduit par une légère activité optique de l'acide obtenu; dans le cas des acides hexahydro-*p*-toluiques, ce sera par une formation des deux acides en quantités inégales, selon que l'on part de l'amide *cis* ou de l'amide *trans*. Ceci ne saurait être explicité que par des détails que nous ne pouvons donner ici.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation analytique des opérateurs linéaires dans l'espace hilbertien*. Note de M. **Gaston Julia**.

1. J'ai antérieurement montré ([1]) que tout opérateur linéaire borné A de l'espace hilbertien $\mathcal{H}$ se représente dans tout $\mathcal{H}$ par la série

$$AX = \sum_{i=1}^{\infty} (\varphi_i, X). A\varphi_i,$$

qui converge fortement pour tout vecteur $X = \Sigma(\varphi_i, X)\varphi_i$ de $\mathcal{H}$, les φ_i formant une base orthonormale complète quelconque de $\mathcal{H}$.

Pour les opérateurs A non bornés à *domaine d'existence* D_A *partout dense dans* $\mathcal{H}$, j'ai indiqué qu'on peut définir un noyau de convergence forte d_A formé des X où converge fortement la série $\Sigma(\varphi_i, X) A\varphi_i$, les φ_i formant un système orthonormal complet appartenant à D_A. On pourrait de même définir pour la série précédente un noyau de convergence faible contenant d_A et des noyaux de convergence uniforme contenus dans d_A. A partir de d_A on peut essayer d'atteindre D_A par des prolongements faisant ressortir des analogies et des différences intéressantes entre la *théorie des opérateurs linéaires dans* $\mathcal{H}$ et la *théorie weierstrassienne des fonctions analytiques* à une ou plusieurs variables, les opérateurs bornés jouant le rôle des fonctions entières (donc uniformes), les opérateurs non bornés jouant le rôle des fonctions analytiques non entières (uniformes ou multiformes). J'ai indiqué antérieurement ([2]) quelques-unes de ces analogies, et je reviendrai ultérieurement sur toutes ces questions, ainsi que sur les *représentations paramétriques bornées des opérateurs non bornés*, pour signaler quelques résultats nouveaux et assez généraux concernant les opérateurs non bornés; dans l'état actuel et fragmentaire de nos connaissances, ils ajoutent aux résultats que l'on possède déjà sur ces opérateurs, et l'on peut espérer progresser à la faveur des analogies signalées ici.

2. Le but de la présente Note est de montrer qu'on peut, en prolongeant en

---

([1]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 733-736, 829-832.
([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 1059-1062; **213**, 1941, pp. 5-8.

quelque sorte par *ultraconvergence*, représenter analytiquement *dans tout son domaine d'existence* D_A, un opérateur linéaire *fermé* quelconque A, à l'aide d'une *série double fortement convergente dans tout* D_A, du type $\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_{ik}, X).A\varphi_{ik}$, les φ_{ik} formant un système orthonormal complet de $\mathcal{H}$ appartenant à D_A. Je laisserai ici de côté les questions concernant le changement de l'ordre des termes, notamment l'inversion des signes de sommation de la série double.

On sait d'abord (von Neumann) qu'à tout opérateur linéaire fermé A est associé un opérateur auto-adjoint $H(H \equiv H^*)$, de même domaine d'existence D_A, $(H = \sqrt{A^*A})$, et tel que $A = BH$, B étant un opérateur borné qui transforme isométriquement Δ_H, domaine des valeurs de H, en Δ_A domaine des valeurs de A. En partant de la décomposition spectrale de H correspondant à la décomposition de l'unité fournie par la famille de projecteurs E_λ, et considérant la variété fermée $\mathfrak{M}_i$ lieu des $(E_{\lambda_i} - E_{\lambda_{i-1}})X$, $(\lambda_{i-1} < \lambda_i)$, on voit que H existe dans tout $\mathfrak{M}_i$, transforme $\mathfrak{M}_i$ en elle-même; H est dans $\mathfrak{M}_i$ un opérateur borné auto-adjoint. Intercalant entre $-\infty$ et $+\infty$ une suite λ_i ayant pour seules limites $-\infty$ et $+\infty$, on décompose (F. Riesz et Lorch) l'espace $\mathcal{H}$ en une suite infinie de $\mathfrak{M}_i$, deux à deux orthogonales, telles que $\mathcal{H} = \mathfrak{M}_1 \dot{+} \mathfrak{M}_2 \dot{+} \ldots$. Tout X de $\mathcal{H}$ s'écrit alors $X = \sum_{i=1}^{\infty} X_i = \sum P_{\mathfrak{M}_i} X$ et l'on a $HX = \sum_{i=1}^{\infty} HX_i$, série à termes orthogonaux fortement convergente dans tout le domaine $D_H = D_A$, qui se trouve défini par la convergence de $\Sigma\|HX_i\|^2$. B borné, étant isométrique dans Δ_H, les $AX_i = BHX_i$ sont orthogonaux, et $\Sigma\|AX_i\|^2 = \Sigma\|BHX_i\|^2 = \Sigma\|HX_i\|^2$ admet D_A pour domaine de convergence forte; on a donc

$$AX = BHX = \sum_{i=1}^{\infty} BHX_i = \sum_{i=1}^{\infty} AX_i,$$

série à termes orthogonaux dont D_A est le domaine de convergence forte, comme pour ΣHX_i.

Choisissons, dans $\mathfrak{M}_i$, une base orthonormale $\varphi_{ik}(k = 1, 2, \ldots, \infty)$; BHX_i, étant borné dans $\mathfrak{M}_i$, s'écrira

$$BHX_i = \sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_{ik}, X_i).BH\varphi_{ik} = \sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_{ik}, X).BH\varphi_{ik},$$

série fortement convergente dans $\mathfrak{M}_i$. En définitive

$$AX = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_{ik}, X).A\varphi_{ik} \tag{1}$$

est la représentation annoncée. Dans l'ordre de sommation indiqué, chacune des séries simples Σ_k est fortement convergente dans la $\mathfrak{M}_i$ correspondante, et la série Σ_i converge fortement dans tout D_A. L'ensemble des φ_{ik} est un système

orthonormal complet de $\mathcal{H}$, appartenant à D_A; il peut varier, d'abord avec le choix des $\mathfrak{M}_i$ (donc des λ_i), ensuite dans chaque $\mathfrak{M}_i$. Pour $i \neq j$, les $A\varphi_{ik}$ sont orthogonaux aux $A\varphi_{jk}$.

3. La représentation actuelle (1) est du même type que celle donnée pour les A bornés, $AX = \Sigma(\varphi_i, X).A\varphi_i$, les φ_i base orthonormale de $\mathcal{H}$; mais la série ne convergeant pas fortement dans tout $\mathcal{H}$, on a assuré cependant sa convergence forte et la représentation de AX dans tout D_A en *groupant par blocs* tels que $\sum_{k=1}^{\infty}(\varphi_{ik}, X).A\varphi_{ik}$, les termes correspondant aux φ_{ik} de chaque $\mathfrak{M}_i$; c'est exactement le phénomène *d'ultraconvergence* déjà signalé pour les séries de Taylor. Les variétés $\mathfrak{M}_i$ jouent ici le même rôle que les φ_i individuels pour les opérateurs bornés et la transformation actuelle de $X = \Sigma X_i = \Sigma P_{\mathfrak{M}_i} X$ en $AX = \Sigma AX_i = \Sigma AP_{\mathfrak{M}_i} X$, fortement convergente dans tout D_A, est de même nature que la transformation de $X = \Sigma(\varphi_i, X).\varphi_i = \Sigma P_{\varphi_i} X$ en $AX = \Sigma AP_{\varphi_i} X$, fortement convergente dans $\mathcal{H}$ lorsque A est borné. Pour A *fermé non borné*, à chaque $\mathfrak{M}$ correspond une borne M_i de A, telle que $\|AX\| \leq M_i \|X\|$, pour $X \in \mathfrak{M}_i$, mais *ces* M_i ($i = 1, 2, \ldots, \infty$) *n'ont pas de limite supérieure finie*, tandis que pour A borné, tous les M_i sont $\leq M_A$, borne de A dans $\mathcal{H}$, c'est ce fait qui restreint la convergence de $\Sigma \|AX_i\|^2$ et la convergence forte de ΣAX au domaine $D_A < \mathcal{H}$.

4. Réciproquement, étant donnée une suite quelconque de $\mathfrak{M}_i$ deux à deux orthogonales et sous-tendant $\mathcal{H}$ par leur ensemble, et dans chacune d'elles, la laissant invariante en bloc, un opérateur borné auto-adjoint H_i, de borne M_i, la suite M_i non limitée supérieurement; la série $HX = \Sigma H_i X_i$, à termes orthogonaux, fortement convergente dans tout le D_A défini par la convergence de $\Sigma \|H_i X_i\|^2$, définit dans D_A un opérateur auto-adjoint non borné HX en fonction de $X = \Sigma X_i = \Sigma P_{\mathfrak{M}_i} X$. Alors $AX = BHX$, où B, opérateur borné est isométrique dans Δ_H, fournit l'opérateur linéaire fermé A non borné le plus général. Pour définir B on peut se donner dans chaque $\mathfrak{M}_i$ [3] un opérateur isométrique B_i, *à condition que les transformées de* $\mathfrak{M}_i$ *et* $\mathfrak{M}_j$ ($i \neq j$) *par* B_i *et* B_j *soient toujours orthogonales;* l'opérateur $BX = \Sigma B_i X_i$, défini par cette série fortement convergente dans tout $\mathcal{H}$, sera isométrique dans tout $\mathcal{H}$ et en particulier dans Δ_H.

BOTANIQUE. — *Le système sécréteur de diverses Rubiacées et spécialement des espèces du genre* Coffea. Note de MM. **Auguste Chevalier** et **Francis Chesnais**.

On connaît depuis longtemps les domaties foliaires qui se rencontrent chez la plupart des espèces du genre *Coffea*; elles s'observent aussi chez des espèces

(3) En définissant B_i isométrique dans $[\Delta_{H_i}]$ seulement, on obtiendra, par $BX = \Sigma B_i X_i$, les B plus généraux, isométriques seulement dans Δ_H, que requiert la question.

d'autres genres de Rubaciées tropicales plus ou moins voisines. Nous avons émis récemment l'hypothèse que les domaties que l'on observe sur les feuilles de diverses Juglandacées seraient des appareils régulateurs de la transpiration chez les arbres des forêts tropophiles. Toutefois il existe aussi chez quelques Juglandacées, chez *Carya amara* par exemple, dans la cavité domatiale, des papilles glandulaires qui sont des sortes de nectaires. Ces appareils sécrètent une oléo-résine qui forme parfois des points brillants à la surface des feuilles.

Dans le *Coffea*, il existe aussi des émergences glandulaires ou nectaires extra-floraux, mais ces appareils, au lieu d'être situés à la surface des feuilles, en dedans ou près des domaties, sont localisés en dedans des stipules folaires ou à l'intérieur des pièces caliculaires accompagnant les fleurs, lesquels calicules ne sont du reste que des stipules modifiées.

L. Marchand a signalé depuis longtemps (1864) ces glandes chez *Coffea arabica*. Il dit que ce sont à l'état adulte des poils creux, dépendant de l'épiderme supérieur de la stipule. « Ces poils » dit-il « naissent sur toute la face interne de la stipule. Ils gonflent, grossissent; ils contiennent un liquide granuleux qui transsude à travers leur paroï, les agglomère et forme à l'extérieur une masse gommo-résineuse (1). »

La plupart des auteurs qui ont étudié des *Coffea* par la suite ont mentionné l'existence de ces organes chez tous les *Coffea*, mais aucun n'en n'a étudié la structure ni la genèse. J. Lebrun, récemment, les décrit (2) comme des glandes minuscules présentant la forme d'une massue, pédicellées : « les cellules du manchon central » dit-il « sont à protoplasma dense, à noyau volumineux, très apparemment sécrétrices : ces glandes émettent une sorte de vernis soluble dans l'alcool ».

L'existence de ces glandes est générale chez toutes les espèces du genre *Coffea*, tel que l'un de nous l'a défini. Ce sont des émergences sécrétrices laissant exsuder dans leur jeunesse un liquide gluant qui se concrète en une masse cireuse d'un jaune clair. Nous donnons à ces organes le nom de *cérocystes*. Ils sont en forme de massue et présentent trois parties : un pédicelle cylindrique plus ou moins long, mais n'excédant pas en général le tiers de la longueur totale de l'organe; une zone axiale de cellules allongées longitudinalement, prolongeant le pédicelle; et autour de cet axe, disposées radialement, une assise de longues cellules polyédriques, puis cylindriques, étalées normalement, pouvant laisser entre elles des méats; l'extrémité de ces cellules est libre et elles sont étalées en papilles. Des coupes pratiquées dans un bourgeon jeune de *Coffea myrtifolia* Roxb. montrent le jeune cérocyste sous la forme d'une

---

(1) *Recherches organographiques et organogéniques sur le* Coffea arabica, Paris, 1864, p. 18.

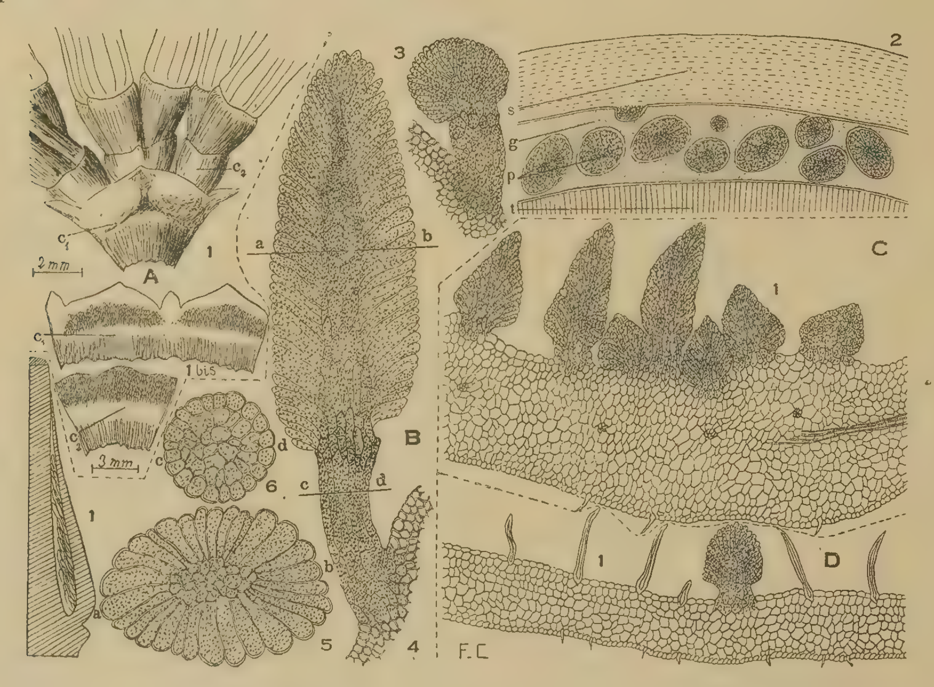
(2) *Recherches morphologiques et systématiques sur les Caféiers du Congo*, Bruxelles, 1941, cf. p. 15.

petite mûre; la zone axiale est d'abord courte; elle dérive du mésophylle supérieur de la stipule dont les cellules s'étirent, s'allongent et prolifèrent dans une direction oblique à la surface de la stipule; il se produit un mouvement d'étirement des cellules amorcé dès la deuxième et troisième assise sous-jacente de l'épiderme. Celui-ci exécute le même mouvement et, dès la base du cérocyste, l'assise épidermique allonge ses cellules perpendiculairement à la zone axiale en longues papilles soudées à la base et libres à l'extrémité. En même temps les cellules de l'axe central prennent un contenu trouble et granuleux. Du reste, des cellules analogues et de taille normale et à contenu trouble ou granuleux existent en grand nombre dans les stipules, les feuilles et dans le parenchyme cortical des jeunes tiges. C'est dans ces cellules spéciales que s'élabore la substance exsudée; les papilles extérieures n'ont pas de rôle sécréteur. On ne trouve jamais dans les tissus jeunes de contenu granuleux dans l'épiderme ni dans l'assise cellulaire périphérique du pédicelle du cérocyste, ni dans les papilles d'origine épidermique qui sont de simples poils unicellulaires mélangés aux émergences sécrétrices. Sur les organes âgés tout finit par se colorer par la substance qui est sécrétée et qui diffuse au travers des parois, mais l'axe reste toujours plus sombre; la paroi cellulaire séparant celui-ci des papilles extérieures doit jouer le rôle de filtre vis-à-vis des granules; néanmoins le contenu est peu à peu diffusé à l'extérieur en passant par les papilles; il s'accumule sous forme de substance mucilagineuse agglutinant les cérocystes et qui se condense à l'extérieur sous forme d'une petite larme céro-gommeuse surmontant le bourgeon avant l'épanouissement des feuilles ou formant un vernis à la base des jeunes groupes de fleurs. Le dessin ci-après permet de comprendre mieux qu'une longue explication la disposition et l'organisation des cérocystes des *Coffea*.

Nous avons observé des organes tout à fait identiques dans d'autres Rubiacées ligneuses tropicales, en dedans des stipules et des calicules de plusieurs espèces de *Gardenia* africains vivant dans la forêt et les galeries forestières, notamment *G. imperialis* K. Schum. et *G. fernandensis* Hiern et dans un *Tricalysia*, *T. spathicalyx* (K. Schum.) Chev. Le produit excrété par ces plantes comme par les *Coffea* se présente sous forme de vernis ou de petites perles solides jaunâtres recouvrant les jeunes bourgeons et semblant les protéger de la dessiccation s'il survient un vent NE, asséchant, au moment où les jeunes feuilles s'épanouissent.

La substance excrétée et figée sur les bourgeons a une cassure vitreuse; elle ne s'imbibe pas par l'eau comme les gommes arabiques; vers 35 à 40° chez les *Coffea* et 55 à 60° chez les *Gardenia*, elle présente une fusion pâteuse comme les cires. Prise dans cet état et ramenée à la température ordinaire, elle se fige rapidement. Par combustion ou par fusion elle ne dégage aucune odeur aromatique, comme cela a lieu pour les résines et élémis. En outre le produit des *Gardenia* est peu soluble dans l'alcool à froid, mais il présente une certaine

solubilité à chaud; cette solution alcoolique est immiscible à l'eau avec laquelle elle donne un précipité jaune opalescent; enfin elle est soluble à froid dans le chloroforme qui est un solvant des lipides. Nous n'avons pu effectuer ces trois derniers essais avec les *Coffea*, car la matière excrétée est trop peu abondante, mais la propriété de fondre à une faible température qui est commune à toutes les plantes examinées semble indiquer qu'il s'agit d'une substance assimilable



Système glandulaire stipulaire et caliculaire des Coffea.

A. *C. liberica* Hiern. — 1, base de l'inflorescence : c_1, c_2, calicules; 1 *bis*, c_1, c_2, calicules étalés montrant la zone glandulaire. B. *C. canephora* Pierre. — 1, schéma de la stipule portant les cérocystes, appliquée contre la tige; 2, coupe longitudinale de la région glandulaire (schématique) : *s*, stipule; *p*, cérocyste; *g*, gangue cireuse; *t*. tige. 3, un cérocyste (× 70); 4, cérocyste adulte (× 70). 5, coupe transversale du cérocyste suivant *ab* (× 150); 6, coupe transversale du pédicelle du cérocyste suivant *cd* (× 150). C. *C. resinosa* Hook. f. Rodk. — 1, coupe transversale du calicule (× 60). D. *C. Bertrandi* A. Chev. — 1, coupe transversale du calicule le plus externe (× 60).

aux *cérides* et plus ou moins analogue à la cire excrétée par les fruits de diverses espèces du genre *Myrica*. Le rôle de cet excrétat semble être de protéger les parties très jeunes des plantes contre les coups brusques de sécheresse, les espèces portant des cérocystes étant essentiellement tropophiles. En outre, l'excrétat, quand il est encore à l'état mucilagineux, forme une sorte de miellée sur les organes jeunes qui attire les fourmis, les cochenilles et certains pucerons.

En définitive, les cérocystes nous semblent être des sortes de nectaires extra-floraux; les cellules spéciales du mésophylle permettent aussi l'excrétion par les jeunes feuilles chez certaines espèces (*Gardenia Jovistonantis* Hiern etc.) d'une miellée qui se concrète sous forme d'un vernis cireux sur les jeunes feuilles au début de la période de végétation.

M. **Maurice Javillier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de MM. **Paul Meunier** et **Yves Raoul** intitulé *Le diagnostic chimique des avitaminoses. Techniques actuelles*, dont il a écrit la *Préface*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Th. Angheluță și P. Sergescu, *Comemorarea ilustrilor matematicieni* Émile Picard *și* Henri Lebesgue;

2° Raymond Furon. *Géologie de l'Inde orientale française*.

3° R. Goloubinow. *Existence, exploitabilité et prospection des roches aurifères*.

4° *Conférences sur l'organisation du travail*, par Jean Chevalier, Georges Rimond, Robert Satet, Georges Béquart, L. Danty-Lafrance, Hyacinthe Dubreuil.

ALGÈBRE. — *Sur la théorie de Galois des corps non galoisiens séparables.* Note [1] de M. **Léo Kaloujnine**, présentée par M. Paul Montel.

F. Marty et M. Marc Krasner ont montré qu'il est possible de généraliser la théorie de Galois pour les extensions algébriques séparables, mais pas nécessairement galoisiennes. Ils se sont servis à cet effet d'une généralisation de la notion de groupe appelée par Marty *hypergroupe* [2] (connue aussi sous le nom de *multigroupe*). Cette théorie a permis d'aborder la tâche importante d'une généralisation de la théorie de corps de classes pour les extensions algébriques non abéliennes, ce qui a été fait par M. Krasner dans plusieurs Mémoires.

Pour la définition de l'hypergroupe attaché à une extension algébrique finie, comme pour la démonstration de ses propriétés, il fallait chaque fois raisonner sur un corps galoisien contenant le corps en question. Je me propose de donner ici une définition *intrinsèque* de l'hypergroupe attaché à une extension algébrique finie et séparable, mais non galoisienne. Les éléments de cet hypergroupe pourront être interprétés comme une généralisation de l'automorphisme du corps en question, que j'appellerai *hypermorphisme*.

Soit $K = k(\vartheta)$ une extension algébrique séparable et de degré n d'un corps k et soit $F(x)$ le polynome irréductible en k dont ϑ est un des zéros. K peut être considéré comme un système hypercomplexe sur le corps k. Il admet donc une

(1) Séance du 16 février 1942.

(2) *Comptes rendus du Congrès de Stockholm*, 1934, p. 45.

représentation régulière ([3]) sous forme de matrices de degré n à coefficients appartenant à k. Cette représentation irréductible en k peut devenir complètement réductible si l'on effectue une extension algébrique de k. L'adjonction de ϑ permet une réduction de la représentation en une forme qui contient au moins une représentation de degré 1, la représentation identique $\vartheta \to \vartheta$. Les autres représentations irréductibles en K, qui sont aussi contenues dans la représentation régulière, correspondent aux polynomes irréductibles en lesquels se décompose le polynome $F(x)$ ([4]). Toutes ces représentations font correspondre aux éléments de k des matrices de la forme aE_m, E_m étant la matrice-unité de degré m. J'appelle *hypermorphismes* de K les isomorphismes de K avec des représentations à coefficients appartenant à K et irréductibles. Ces hypermorphismes seront désignés par les lettres ρ, σ, τ, ... J'envisage ceux d'entre eux qui transforment les éléments de k en matrices de la forme aE_m. Deux de ces isomorphismes seront considérés comme identiques s'ils font correspondre aux éléments de K des matrices équivalentes ([5]).

Ceci posé, supposons que σ fasse correspondre une matrice A à un élément a de K. Les coefficients de A sont eux aussi des éléments de K. Un autre hypermorphisme τ fait correspondre des matrices à chacun de ces coefficients. Si l'on substitue ces matrices à la place de ces coefficients, et cela pour tous les éléments a de K, on obtient une représentation de K. On peut démontrer facilement qu'en choisissant pour σ et pour τ des représentations équivalentes, on obtient des représentations composées également équivalentes. Par une transformation appropriée, cette représentation se décompose en représentations irréductibles. L'ensemble de ces représentations irréductibles sera par définition le produit $\tau\sigma$. Les hypermorphismes organisés d'après cette loi de composition forment alors un hypergroupe, c'est-à-dire un ensemble H assujetti aux axiomes suivants :

1° Le produit de deux éléments c_1, c_2 de l'ensemble est un sous-ensemble de H non vide;

2° $\Sigma c c_3 = \Sigma c_1 c$; $c \in c_1 c_2$, $c \in c_2 c_3$;

3° c_1, c_2 étant un couple quelconque, il existe un élément c tel que $c_2 \in c_1 c$ est un élément c' tel que $c_2 \in c' c_1$.

([3]) On obtient cette représentation de la manière suivante. Soit $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ une base de (K/k), et soit a un élément de K. On a

$$a\omega_\nu = \sum_{\mu=1}^{n} a_{\nu\mu}\omega_\mu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n;\ a_{\nu\mu} \in k).$$

La correspondance $a \to (a_{\nu\mu})$ est ce qu'on appelle une représentation régulière de K en k.

([4]) Voir Max Deuring, *Algebren*.

([5]) Un ensemble de matrices est équivalent à un autre s'il contient les transformées de ces matrices par une matrice fixe.

On peut facilement démontrer ces propriétés des hypermorphismes sans passer au corps galoisien. De même, on peut établir une généralisation du théorème de Galois, à savoir une correspondance entre les corps intermédiaires entre K et k et les sous-hypergroupes d'hypergroupes d'hypermorphismes de K par rapport à k.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une généralisation des espaces de Finsler.* Note [1] de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

La présente Note contient une extension de résultats publiés dans une Note antérieure [2].

Exemple de calcul des variations non holonome. — Sur une variété analytique V dont le point courant P admet les coordonnées x^i, donnons-nous une fonction $ds = L(P, dP)$ homogène et du premier degré par rapport aux dx^i et une forme différentielle linéaire non intégrable :

$$\omega(P, dP) = J_k(P)\, dx^k.$$

Soient C une courbe quelconque tracée dans la variété, ε un nombre fixe arbitrairement petit et considérons l'intégrale :

$$\sigma = \int_M^N \left[\exp \int_M^P \omega(P, dP)\right] L(P, dP)$$

calculée sur un arc MN du contour C de longueur euclidienne inférieure à ε. Proposons-nous de calculer la variation de l'intégrale σ quand on varie l'arc joignant M à N en substituant au point courant P, le point

$$P + \delta P = P + \varepsilon Q,$$

où Q est arbitraire mais s'annule en M et N. A des termes d'ordre supérieur près en ε, la variation de σ peut se mettre sous la forme

$$\int_M^N \left[\exp \int_M^P \omega(P, dP)\right] \left[\left\{\omega(P, \delta P) + \int_M^P \delta\omega\right\} L + \delta L\right],$$

et la partie principale de cette variation s'écrit

$$\delta\sigma = \int_M^N [\omega(P, \delta P) L + \delta L].$$

A $\delta\sigma$ nous donnerons le nom de variation première généralisée de l'intégrale σ. Les lignes C pour lesquelles cette variation est identiquement nulle seront dites les extrémales du problème aux variations non holonome associé

---

(1) Séance du 16 mars 1942.

(2) Lichnerowicz, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 328.

à l'intégrale σ. Ces extrémales satisfont aux équations d'Euler généralisées

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\lambda} - \frac{\partial L}{\partial x^\lambda} = LJ_\lambda \qquad \left(\dot{x}^\lambda = \frac{dx^\lambda}{dt}\right).$$

Il est clair que l'on peut substituer à $\exp \int_M^P \omega(P, dP)$ une fonctionnelle continue plus générale.

Espaces de Finsler généralisés. — Considérons la variété d'éléments de contact définis par P et dP. Nous nous proposons de douer cette variété d'une connexion euclidienne attachée d'une manière intrinsèque au problème de calcul des variations non holonome que nous nous sommes posé. L'espace correspondant à une telle connexion apparaît comme une généralisation de l'espace de Finsler attaché à la fonction L. Les notations utilisées sont celles de Cartan (³)

Nous partirons d'un résultat récemment établi par Varga (⁴); soit

$$(S) \qquad x^\lambda = x^\lambda(t), \qquad \dot{x}^\lambda = \dot{x}^\lambda(t)$$

une suite continûment différentiable d'éléments de contact. Dans l'espace de Finsler attaché à L, la différentielle absolue d'un vecteur donné le long de S est égale à la différentielle absolue du même vecteur dans l'espace de Riemann osculateur le long de S. Par suite, pour définir la différentielle absolue dans l'espace de Finsler généralisé E attaché à ω et L, il nous suffira de remplacer l'espace de Riemann par un espace à connexion semi-symétrique qui sera dit *osculateur* le long de S à l'espace E. A la suite S correspond une famille à un paramètre d'extrémales C admettant les éléments de contact de S; intégrons cette famille dans une famille d'extrémales qui recouvre une fois un domaine Dn dimensionnel de l'espace ponctuel des P. A chaque point P de D correspond ainsi une direction bien déterminée tangente à l'extrémale passant par ce point; si l'on norme au moyen de L, le vecteur définissant cette direction, on obtient un champ de vecteurs *unitaires* défini dans D, $r^\alpha = r^\alpha(x^1, x^2, \ldots, x^n)$. Considérons alors les fonctions $\overset{\circ}{g}_{\lambda\mu}(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ définies par

$$\overset{\circ}{g}_{\lambda\mu}(P) = g_{\lambda\mu}[P, r(P)].$$

A la forme quadratique $\overset{\circ}{g}_{\lambda\mu} dx^\lambda dx^\mu$ et à la forme linéaire ω, correspond un espace à connexion semi-symétrique dont nous désignerons par $\overset{\circ}{\Pi}{}^\nu_{\lambda\mu}$ les coefficients de la connexion. Il vient

$$\overset{\circ}{\Pi}{}^\nu_{\lambda\mu} = \Pi^\nu_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} g^{\nu\rho}\left(\frac{\partial g_\lambda}{\partial r^\alpha}\frac{\partial r^\alpha}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_\mu}{\partial r^\alpha}\frac{\partial r^\alpha}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial g_{\lambda\mu}}{\partial r^\alpha}\frac{\partial r^\alpha}{\partial x^\rho}\right),$$

$$\Pi^\nu_{\lambda\mu} = \left\{ {\lambda\mu \atop \nu} \right\} + J_\lambda g^\nu_\mu - J^\nu g_{\lambda\mu}.$$

(³) *Les espaces de Finsler* (*Actual. sc. et ind.*, 79, 1934, pp. 15-17).

(⁴) *Math. Phys.*, 50, 1941, p. 165-175.

On peut montrer que, dans cet espace à connexion semi-symétrique, les vecteurs r^α demeurent parallèles à eux-mêmes tout le long de S, de telle sorte que, tout le long de S,

(I) $$\partial_\mu r^\nu + \overset{0}{\Pi}{}^\nu_{\lambda\mu} r^\lambda = 0.$$

Soit alors v^ν un champ de vecteurs arbitraire défini le long de S. La différentielle absolue dans E du vecteur v^ν sera par définition :

$$\nabla v^\nu = dv^\nu + \overset{0}{\Pi}{}^\nu_{\lambda\mu} v^\lambda\, dx^\mu$$

et, en tenant compte de l'identité (I), elle peut être mise sous la forme

$$\nabla v^\nu = dv^\nu + C^{*\nu}_{\lambda\mu} v^\lambda\, d\dot{x}^\mu + \Gamma^{*\nu}_{\lambda\mu} v^\lambda\, dx^\mu$$

avec

$$C^{*\nu}_{\lambda\mu} = C^\nu_{\lambda\mu} = g^{\nu\rho} C_{\lambda\rho\mu} = \frac{1}{2} g^{\nu\rho} \partial_{\dot{\mu}} g_{\lambda\rho},$$

$$\Gamma^{*\nu}_{\lambda\mu} = g^{\nu\rho} \Gamma^*_{\lambda\rho\mu} = g^{\nu\rho} [\Pi_{\lambda\rho\mu} + C_{\lambda\mu\alpha} \partial_{\dot{\rho}} G^{*\alpha} - C_{\rho\mu\alpha} \partial_{\dot{\lambda}} G^{*\alpha}],$$

$$2G^{*\nu} = 2G^\nu + (J_\lambda g^\nu_\mu - J^\nu g_{\lambda\mu}) \dot{x}^\lambda \dot{x}^\mu.$$

Dans la connexion avec torsion ainsi définie, les extrémales C se développent sur l'espace euclidien selon les droites.

MÉCANIQUE. — *Dualité des mécanismes d'autooscillation.* Note (¹) de M. **Yves Rocard**, présentée par M. Henri Villat.

On croit généralement que, pour faire autoosciller un circuit résonant, il est nécessaire et suffisant d'y introduire une résistance négative convenablement dosée. L'objet de la présente Note est de montrer qu'il n'en est rien : si une résistance négative suffisante parvient toujours à faire naître l'autooscillation, elle n'est nullement nécessaire; dès qu'on envisage un système à plus de un degré de liberté, on trouve un autre mécanisme capable de déclencher l'autooscillation et consistant à faire tendre l'une vers l'autre deux fréquences propres du système. S'il n'y a aucune résistance positive ou négative dans le montage, l'instabilité, provoquant l'oscillation avec amplitudes exponentiellement croissantes si le système est linéaire, naît au moment où les deux fréquences se confondent. S'il y a des résistances, chose curieuse, l'instabilité provenant de cette cause se déclenche encore plus facilement. On rappellera d'ailleurs que les couplages dits passifs (par induction mutuelle, par capacité, par inertie, par élasticité, ou mixtes, ou gyroscopiques, ou électromagnétiques) jouissent tous de la propriété d'écarter les fréquences propres. Pour obtenir l'autooscillation par le nouveau mécanisme que nous allons décrire, il sera donc nécessaire de disposer de

(¹) Séance du 2 mars 1942.

couplages dissymétriques, exprimant l'effet de forces ne dérivant pas d'un potentiel, et capables de transférer au système une énergie tirée d'une source extérieure.

Raisonnons sur un système linéaire à deux degrés de liberté (deux pendules couplés ou deux circuits résonants couplés). Les différentes variables dépendent du temps par une équation différentielle du quatrième ordre, et, si l'on pose qu'elles obéissent à la loi e^{pt}, p devra être racine de l'équation du quatrième degré

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0, \tag{1}$$

$a_0, \ldots, a_4$ étant des coefficients constants, dépendant d'un ou plusieurs paramètres, et caractérisant le problème. Si les quatre racines ont leur partie réelle négative, le système est amorti; sinon, il est autooscillant. Les conditions pour le cas amorti sont :

1° tous les coefficients positifs;

2° $\mathrm{H} = a_0\left[\frac{a_2}{a_0} - \frac{a_3}{a_1}\right] > 0, \qquad \mathrm{K} = a_1\left[\frac{a_3}{a_1} - \frac{\frac{a_4}{a_0}}{\frac{a_2}{a_0} - \frac{a_3}{a_1}}\right] > 0$ (conditions de Routh).

On sait que les forces de résistance dans le système contribuent à créer les coefficients a_1, a_3, qui leur sont proportionnels, mais n'interviennent que comme corrections du second ordre dans a_0, a_2, a_4. Or on remarque que les conditions limites d'entretien $\mathrm{H} = 0$ ou $\mathrm{K} = 0$ peuvent être satisfaites non seulement en annulant a_3 ou a_1 (c'est l'autooscillation par apparition de résistance négative), mais encore en réglant en conséquence le *rapport* a_3/a_1 qui, lui, est indépendant de la grandeur des forces de résistance.

Ceci suggère d'examiner directement ce qui se passe lorsqu'il n'y a pas de résistances : $a_1 = a_3 = 0$. L'équation (1) a alors deux racines négatives $p^2 = -\omega_1^2$, $-\omega_2^2$ qui donnent les carrés des pulsations propres, à condition que $(a_2/a_0)^2 - 4a_4/a_0 \geq 0$. Mais si cette expression devient négative, on a deux valeurs imaginaires en p^2, qui conduisent pour p à quatre valeurs dont deux ont leur partie réelle positive. A la limite, le discriminant étant nul, on avait deux fréquences propres confondues : *c'est l'autooscillation par confusion de deux fréquences propres*.

En quoi l'existence de résistances influe-t-elle sur cet effet ? Pour le voir, reportons-nous aux conditions de Routh; supposons $\mathrm{H} > 0$, il faut alors, si l'on pose $a_3/a_1 = \mu\, a_2/a_0$, que μ soit compris entre 0 et 1, ce qui implique l'idée d'un certain dosage des résistances entre les termes du troisième et du premier degré. La condition limite d'entretien sera alors $\mathrm{K} = 0$, soit

$$a_1\left[\left(\frac{a_2}{a_0}\right)^2 \mu(1-\mu) - \frac{a_4}{a_0}\right] = 0.$$

Or $\mu(1-\mu)$ est constamment inférieur à sa valeur maxima $1/4$. On voit

donc que, dès qu'il y a des résistances, la condition d'autooscillation $K = 0$ est d'autant plus facile à satisfaire (indépendamment du reste de la grandeur de ces résistances, seulement par suite de leur répartition), sauf le cas particulier où $\mu = 1/2$, où l'on retrouve la condition pure par confusion des fréquences propres. Nous entendons par là que le nombre positif $(a_2/a_0)^2$ devrait atteindre pour empêcher l'autooscillation une valeur plus grande en présence de résistances qu'en leur absence.

Ce mécanisme d'autooscillation par confusion de deux fréquences propres a été rencontré sur des cas particuliers, il n'a jamais été nettement reconnu, ni surtout sa dépendance très limitée à l'égard des résistances, ainsi que l'effet systématiquement nuisible de celles-ci sur la stabilité ne semblent pas avoir été signalés.

Pour en donner un exemple, considérons deux circuits électriques résonnants couplés par induction mutuelle; la tension aux bornes du condensateur du second circuit alimente un fort amplificateur qui, par une très petite résistance (négligeable en tant qu'impédance), réinjecte en série dans le premier circuit une force électromotrice proportionnelle mais opposée. La mise en équation du problème montre qu'on obtient l'autooscillation par confusion des deux fréquences propres, en réglant le degré d'amplification.

Un exemple mécanique est offert par une aile d'avion vibrant en flexion et torsion (premier et deuxième circuit). Supposons que l'axe élastique de l'aile coïncide avec son *foyer* aérodynamique : une torsion engendrera une variation de portance qui, sans effet sur la torsion elle-même, fera cependant fléchir l'aile (c'est la réaction sur le premier circuit). L'ampleur de cette réaction de la torsion sur la flexion dépend de la vitesse de l'avion. On calcule une vitesse critique, où l'aile devient instable, entre en autooscillation et casse. Il est intéressant, pensons-nous, d'avoir reconnu que les résistances passives dans la structure ne pouvaient qu'aggraver le risque.

Dans beaucoup d'autres problèmes techniques, la tendance à l'autooscillation par confusion des fréquences propres existe à l'état de couplage parasite, plus ou moins caché, et qui se manifeste par le fait que la fréquence qui s'établit dépend plus ou moins du mécanisme de réaction. La stabilisation de fréquence d'un oscillateur, en radioélectricité, consiste en fait à éliminer ce couplage parasite, pour ramener sur le circuit oscillant une résistance négative pure.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation d'un théorème de Schwarz.*

Note [1] de M. **Georges Biben**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons étudié [2] la généralisation de la méthode de Schwarz. Formons avec lui une première suite de fonctions $u_1, u_2, \ldots, u_n$ de la manière suivante :

---

[1] Séance du 9 mars 1942.

[2] *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 350.

Ces fonctions prennent toutes les valeurs zéro aux divers points de la frontière F du domaine D, et elles vérifient, à l'intérieur de ce domaine, les équations

$$(1) \qquad \Delta_2 u_1 + P = 0, \qquad \Delta_2 u_2 + P u_1 = 0, \qquad \ldots, \qquad \Delta_2 u_n + P u_{n-1} = 0.$$

Formons ensuite une suite de constantes $W_0, W_1, \ldots, W_n$ déterminées par les formules

$$(2) \qquad W_0 = \int_D P(\chi)\, dT, \qquad W_1 = \int_D P(\chi) u_1\, dT, \qquad \ldots, \qquad W_n = \int_D P(\chi) u_n\, dT.$$

Nous désignerons, avec M. Giraud, par $P(\chi)$ la fonction donnée des coordonnées $x^1, x^2, \ldots, x^n$.

Considérons maintenant l'expression

$$(3) \qquad \int_D P(\chi) u_1 u_{n-1}\, dT;$$

en vertu de l'équation $\Delta_2 u_n + P u_{n-1} = 0$, cette expression s'écrira sous la forme

$$-\int_D u_1 \Delta_2 u_n\, dT.$$

Or on sait, depuis les *Leçons* de Darboux, qu'on a la relation

$$\int_D \Delta_1(u_n, u_1)\, dT = -\int_F u_1 \frac{\partial u_n}{\partial n}\, d\sigma - \int_D u_1 \Delta_2 u_n\, dT.$$

Si l'on admet, ainsi que nous l'avons fait dans une autre Note ([3]), la symétrie entre $\Delta_1(u, v)$ et $\Delta_1(v, u)$, nous aurons, à cause de la relation

$$\int_D \Delta_1(u_1, u_n)\, dT = -\int_F u_n \frac{\partial u_1}{\partial n}\, d\sigma - \int_D u_n \Delta_2 u_1\, dT,$$

l'identité

$$\int_D (u_n \Delta_2 u_1 - u_1 \Delta_2 u_n)\, dT + \int_F \left(u_n \frac{\partial u_1}{\partial n} - u_1 \frac{\partial u_n}{\partial n} \right) d\sigma = 0.$$

Comme les fonctions u_1 et u_n doivent s'annuler sur la frontière F du domaine D, l'expression (3) s'écrira

$$\int_D P(\chi) u_1 u_{n-1}\, dT = -\int_D u_n \Delta_2 u_1\, dT;$$

or

$$\Delta_2 u_1 = -P(\chi)$$

et, par suite,

$$\int_D P(\chi) u_1 u_{n-1}\, dT = \int_D P(\chi)\, u_n\, dT = W_n.$$

On établirait de même que l'on a, pour toute valeur de k, inférieure ou

---

([3]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 773.

égale à n (à condition de poser $u_0 = 1$),

$$W_n = \int_D P(\chi)\, u_k u_{n-k}\, dT. \tag{4}$$

La formule (4) nous permet d'obtenir une autre expression remarquable de la constante W_n. En effet, puisque

$$\Delta_2 u_{k+1} + P(\chi) u_k = 0,$$

on peut écrire

$$W_n = -\int_D u_{n-k}\, \Delta_2 u_{k+1}\, dT.$$

Or nous savons que

$$\int_D \Delta_1(u_{k+1},\, u_{n-k})\, dT = -\int_F u_{n-k} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial n}\, d\sigma - \int_D u_{n-k}\, \Delta_2 U_{k+1}\, dT$$

et, puisque $u_{n-k} = 0$ sur la frontière F du domaine D,

$$W_n = \int_D \Delta_1(u_{k+1},\, u_{n-k})\, dT. \tag{5}$$

Soient α et β deux quantités quelconques indépendantes des variables x^1, x^2, ..., x^n. L'intégrale

$$\int_D P(\chi)\, [\alpha u_n + \beta u_{n+1}]^2\, dT \tag{6}$$

devra être positive pour toutes les valeurs de α et de β, sauf pour $\alpha = 0$, $\beta = 0$. Ceci donne, en tenant compte de (4),

$$\int_D P(\chi)\, [\alpha u_n + \beta u_{n+1}]^2\, dT = \alpha^2 W_{2n} + 2\alpha\beta W_{2n+1} + \beta^2 W_{2n+2},$$

et, comme cette quantité devra être positive pour toutes les valeurs de α et de β, sauf pour $\alpha = 0$, $\beta = 0$, cela exige que

$$W_{2n} W_{2n+2} - W_{2n+1}^2 > 0,$$

ce qui entraîne (puisque l'on démontre que les quantités W_n sont toutes positives)

$$\frac{W_{2n+1}}{W_{2n}} < \frac{W_{2n+2}}{W_{2n+1}}. \tag{7}$$

Or nous avons vu que l'intégrale de Dirichlet généralisée

$$\int_D \Delta_1 U\, dT = \int_D \left(\frac{dU}{d\sqrt{T}}\right)^2 dT$$

était positive.

En posant

$$U = \alpha u_n + \beta u_{n+1},$$

on obtient, en tenant compte de (5),

$$\int_D \Delta_1 U\, dT = \alpha^2 W_{2n-1} + 2\alpha\beta W_{2n} + \beta^2 W_{2n+1}.$$

Cette quantité devra être positive pour toutes valeurs de α et β, sauf pour α et $\beta = 0$, ce qui entraîne

$$W_{2n-1}W_{2n+1} - W_{2n}^2 > 0,$$

et par suite

$$\frac{W_{2n}}{W_{2n-1}} < \frac{W_{2n+1}}{W_{2n}}. \tag{8}$$

Les inégalités (7) et (8) nous donnent alors

$$\frac{W_{2n}}{W_{2n-1}} < \frac{W_{2n+1}}{W_{2n}} < \frac{W_{2n+2}}{W_{2n+1}}, \tag{9}$$

et par suite

$$\frac{W_1}{W_0} < \frac{W_2}{W_0} < \ldots < \frac{W_{n+1}}{W_n}.$$

En conclusion, le rapport positif W_{n-1}/W_n va toujours croissant avec l'indice n.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie des particules matérielles et en particulier sur les électrons de spin* 1/2. Note [1] de M. **Alexandre Proca**.

Il est admis aujourd'hui que les équations-types relativistes, à savoir l'équation de Dirac (spins demi-entiers) et l'équation du méson (spins entiers), représentent correctement les caractéristiques essentielles des particules correspondantes. Or on peut se demander si ces équations épuisent effectivement les possibilités de description que nous offre le cadre relativiste; ou, si l'on préfère, on peut se demander s'il n'existe pas dans la nature des particules de même spin et de même masse que les précédentes, mais ayant des propriétés plus générales.

Des arguments d'ordre physique d'une part et d'ordre analytique de l'autre semblent indiquer clairement la possibilité d'existence de pareilles particules.

Du point de vue purement physique, en effet, on peut remarquer que l'électron de Dirac, par exemple, tout en étant doué d'un spin, *ne possède pas d'énergie de rotation*. Cet électron, qui n'est pas l'analogue d'un point matériel classique puisqu'il possède un spin, n'est pas non plus tout à fait l'analogue d'un solide tournant puisqu'il ne possède que de l'énergie de translation. On ne peut pas écarter *a priori* la possibilité d'existence d'une particule ayant à la fois un moment cinétique et une énergie de spin non nuls; cette particule généraliserait l'électron de Dirac dans le sens indiqué [2].

D'autre part, du point de vue analytique, l'équation de Dirac est susceptible d'une généralisation n'altérant pas certaines propriétés de la particule qu'elle représente. En effet, les conditions d'invariance relativiste introduisent le

[1] Séance du 16 mars 1942.

[2] Voir, pour certains essais de mise en œuvre de cette idée, Proca et Goudsmit, *Journ. de Physique*, **10**, 1939, p. 209; *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1074.

système de nombres hypercomplexes formé par les opérateurs bien connus γ^μ et par leurs produits. Or, seule *une partie de ces nombres* apparaît dans l'équation de Dirac, à savoir les γ^μ eux-mêmes. On n'enfreint donc pas les exigences de la relativité en complétant cette équation par des termes qui contiennent les produits des γ^μ, convenablement couplés d'ailleurs avec les éléments géométriques ou dynamiques de la particule.

Établissons sur ces bases la nouvelle équation. L'équation de Dirac (ou le lagrangien dont elle dérive) fait intervenir l'invariant symbolique $\gamma^\mu\partial_\mu$ où $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu$; il s'agit de la compléter en y introduisant les produits des γ^μ. Or il est clair que l'emploi du pseudo-scalaire $\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4$ et du pseudo-vecteur $\gamma^\lambda\gamma^\mu\gamma^\nu$ ne saurait introduire de modifications *essentiellement nouvelles* (³); aussi les laisserons-nous de côté pour l'instant. Par contre, l'introduction des produits $\gamma^\mu\gamma^\nu$ complète l'équation fondamentale par quelque chose de réellement nouveau que ne contiennent pas les termes $\gamma^\mu\partial_\mu$.

Le terme correctif sera donc de la forme $C_{\mu\nu}\gamma^\mu\gamma^\nu$, où $C_{\mu\nu}$ est un tenseur antisymétrique. Or avec les éléments qui définissent la particule, à savoir avec x_μ et ∂_ν, le plus simple tenseur de ce type qu'on puisse former est $x_\mu\partial_\nu - x_\nu\partial_\mu$; l'opérateur intervenant dans l'équation ou dans le lagrangien aura donc la forme

$$\gamma^\mu\partial_\mu + A(x_\mu\partial_\nu - x_\nu\partial_\mu)\gamma^\mu\gamma^\nu,$$

A étant une constante. Sous cet angle, on voit en quoi consiste la différence entre la nouvelle équation et celle de Dirac : la première introduit non seulement les translations mais aussi les rotations infinitésimales.

En posant, pour simplifier l'écriture, $m^{\mu\nu} = i/2.(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$, cette équation fondamentale s'écrit finalement

$$\gamma^\mu\partial_\mu\psi + i\lambda x_\sigma m^{\sigma\mu}\partial_\mu\psi + \frac{mc}{\hbar}\psi = 0, \qquad (1)$$

où λ est une constante réelle. L'équation adjointe sera

$$\partial_\mu\psi^+\gamma^\mu + i\lambda\,\partial_\mu\psi^+ x_\sigma m^{\sigma\mu} - \frac{mc}{\hbar}\psi^+ = 0; \qquad (2)$$

elle se réduit à la complexe conjuguée de (1) si l'on pose, comme en théorie de Dirac, $\psi^+ = i\psi^\star\gamma^4$.

Ces équations définissent une particule, de spin 1/2, caractérisée par sa masse au repos m ainsi que par une nouvelle *longueur fondamentale* $1/\lambda$. Elle présente des propriétés très intéressantes; l'électron de Dirac s'en déduit comme cas particulier, correspondant à une valeur infinie de la longueur fondamentale.

(³) Cf., par exemple, Proca, *Ann. de Physique*, 5, 1933, p. 393.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe d'équations fonctionnelles.* Note de M. **Jean Bouzitat**, présentée par M. Gaston Julia.

1. M. Julia a étudié les solutions des équations fonctionnelles

$$G[R_1(z)] = R_2[G(z)], \tag{1}$$

où R_1 et R_2 sont des fonctions rationnelles données ([1]). M. Valiron a été ensuite amené à chercher s'il existe des fonctions entières non rationnelles $G(z)$ (*qui seraient alors nécessairement d'ordre nul*) vérifiant une équation fonctionnelle

$$P_1[G(z)] = P_2\{G[Q(z)]\}, \tag{2}$$

P_1 et P_2 étant des polynomes, $Q(z)$ étant un polynome de degré supérieur à 1 ([2]).

Nous nous proposons de répondre à cette question lorsque le polynome P_2 est du second degré. (2) se met alors sous la forme

$$\{G[Q(z)]\}^2 = P[G(z)]. \tag{3}$$

$G(z)$ admettant au plus une valeur complètement multiple ([3]), *le polynome* P *admet au plus un zéro d'ordre impair*. Donc :

1° *Si* P *est de degré pair*, il est carré parfait, et (3) se ramène à une équation particulière de la forme (1), dont M. Julia a montré qu'*elle n'admet pas de solutions entières non rationnelles* ([4]).

2° *Si* P *est de degré impair* $2n+1$, (3) peut s'écrire

$$[G(Q)]^2 = \{P_{(n)}[G(z)]\}^2[G(z) + 2u], \tag{4}$$

où $P_{(n)}$ est un polynome de degré n, et u une constante.

2. Alors $G(z) + 2u = [G_1(z)]^2$, G_1 étant une fonction entière vérifiant

$$[G_1(Q)]^2 = G_1[P_{(n)}(G_1^2 - 2u)] + 2u \equiv [P_{1(n)}(G_1)]^2[G_1 + 2u_1]. \tag{5}$$

Le dernier membre ne doit contenir aucun terme de degré pair non nul en G_1, et le terme constant y est égal à $2u$. En remplaçant au besoin G_1 par λG_1, on peut toujours poser

$$P_{1(n)}(G_1) \equiv G_1^n - u_1 G_1^{n-1} + b_2^{(n)} G_1^{n-2} + \ldots + b_{n-1}^{(n)} G_1 + b_n^{(n)}.$$

D'ailleurs u_1 *ne peut être nul*, sans quoi tous les zéros de G devraient avoir un ordre de multiplicité infiniment grand. Alors, si l'on pose

$$b_i^{(n)} = (u_1)^i c_i^{(n)},$$

(1) G. Julia, *Annales de l'École Normale*, 3e série, **40**, 1923, pp. 97-150.

(2) *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1113 et p. 1225. Le cas *degré de* $P_1 = 2$; *degré de* $P_2 \leq 6$ y est complètement traité.

(3) Voir G. Valiron, *Lectures on the general theory of integral functions*, p. 76 (Toulouse, 1923).

(4) Voir G. Julia, Mémoire cité, Chapitre IV.

les conditions précédentes s'expriment par

(6) $$u_1^{2n+1}(c_n^{(n)})^2 = u,$$

et par un système de $n-1$ équations du second degré en $c_2^{(n)} c_3^{(n)} \ldots c_n^{(n)}$, qui peut se ramener à l'un ou l'autre des systèmes linéaires équivalents

$$\mathrm{I}_{(n)} \left\{ \begin{array}{l} 1 + c_2^{(n)} + c_3^{(n)} \qquad\quad = 0, \\ 2 + c_2^{(n)} + c_4^{(n)} + c_5^{(n)} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ k_i + k_{i-1} c_2^{(n)} + \ldots + k_1 c_{2i-2}^{(n)} + c_{2i-1}^{(n)} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ k_n + k_{n-1} c_2^{(n)} + \ldots + k_{n-p} c_{2p}^{(n)} + \ldots = 0; \end{array} \right.$$

$$\mathrm{II}_{(n)} \left\{ \begin{array}{l} 1 + c_2^{(n)} + c_3^{(n)} \qquad\quad = 0, \\ 1 - c_3^{(n)} + c_4^{(n)} + c_5^{(n)} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ k_i - k_{i-1} c_3^{(n)} - \ldots - k_1 c_{2i-1}^{(n)} + c_{2i}^{(n)} + c_{2i+1}^{(n)} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ k_{n-1} - k_{n-2} c_3^{(n)} - \ldots - k_{n-1-p} c_{2p+1}^{(n)} - \ldots = 0. \end{array} \right.$$

La loi donnant les coefficients k_i est la suivante

$$k_1 = 1, \qquad k_{2p} = k_p^2 + 2k_{p-1}k_{p+1} + \ldots + 2k_1 k_{2p-1},$$
$$k_2 = k_1^2 = 1, \qquad k_{2p+1} = 2k_p k_{p+1} + 2k_{p-1}k_{p+2} + \ldots + 2k_1 k_{2p}.$$

La comparaison de $\mathrm{I}_{(n)}$ et $\mathrm{II}_{(n+1)}$ montre que *les $c_i^{(n)}$ sont déterminés sans ambiguïté* par les formules de récurrence

(7) $$c_{2i+1}^{(n+1)} = -c_{2i}^{(n)}, \qquad c_{2i}^{(n+1)} = c_{2i-1}^{(n)} + c_{2i}^{(n)}.$$

En particulier $c_2^{(n)} = -(n-1)$; $c_n^{(n)} = \pm 1$, ce qui, d'après (6), entraîne

(8) $$u_1^{2n+1} = u.$$

D'ailleurs, on déduit des formules (7) que *les seuls polynomes* $\mathrm{P}_{1(n)}$ *acceptables sont donnés à partir de* $\mathrm{P}_{1(0)} \equiv 1$ et $\mathrm{P}_{1(1)} \equiv \mathrm{G}_1 - u_1$ *par la loi de récurrence*

(9) $$\mathrm{P}_{1(n+1)} \equiv \mathrm{G}_1 \mathrm{P}_{1(n)} - u_1^2 \mathrm{P}_{1(n-1)}.$$

3. Ensuite $\mathrm{G}_1(z) + 2u_1 = [\mathrm{G}_2(z)]^2$, G_2 étant une fonction entière vérifiant

(10) $$[\mathrm{G}_2(\mathrm{Q})]^2 = \mathrm{G}_2[\mathrm{P}_{1(n)}(\mathrm{G}_2^2 - 2u_1)] + 2u_1 \equiv [\mathrm{P}_{2(n)}(\mathrm{G}_2)]^2[\mathrm{G}_2 + 2u_2].$$

Les $\mathrm{P}_{2(n)}$ sont de la même forme que les $\mathrm{P}_{1(n)}$ et $u_2^{2n+1} = u_1$. Mais il faut de plus que le polynome $\mathrm{P}_{1(n)}$ qui se déduit de $\mathrm{P}_{2(n)}$ d'après (10) soit acceptable. On montre par récurrence qu'il en est bien ainsi pour $u_2 = u_1 = 1$, c'est-à-dire que *les polynomes* $\mathrm{P}_{(n)}$ *que l'on déduit des* $\mathrm{P}_{1(n)}$ *en faisant* $u_1 = 1$ *vérifient l'identité*

$$\mathrm{G}[\mathrm{P}_{(n)}(\mathrm{G}^2 - 2)] + 2 \equiv [\mathrm{P}_{(n)}(\mathrm{G})]^2[\mathrm{G} + 2].$$

On utilise pour cela la loi de récurrence (9), et l'on est ramené à établir

$$\mathrm{P}_{(n)}^2 - \mathrm{G}\mathrm{P}_{(n)}\mathrm{P}_{(n-1)} + \mathrm{P}_{(n-1)}^2 + \mathrm{G} - 2 = 0.$$

On trouve ensuite, dans le cas général, la condition nécessaire et suffisante

pour que (10) donne un $P_{1(n)}$ acceptable

(11) $$u_2^{2n-1} = 1.$$

Alors $u_1 = u_2^2$, $u = u_1^2$, et *le polynome* $P_{(n)}$ *figurant dans l'équation initiale* (4) *est de la même forme que* $P_{1(n)}$. D'ailleurs, en remplaçant éventuellement G par G/u, *on peut toujours supposer* $u = 1$ (le coefficient de G^n restant égal à 1).

Ainsi *l'équation fonctionnelle considérée doit pouvoir se ramener par changement de* G *en* λG, *à la forme*

(12) $$[G(Q)]^2 = \{P_{(n)}[G(z)]\}^2[G(z)+2]$$
$$= [G^n - G^{n-1} - (n-1)G^{n-2} + (n-2)G^{n-3} + \ldots \pm 1]^2[G+2].$$

4. Mais, dans ce cas, on obtient successivement

$$G(z) + 2 = [G_1(z)]^2; \qquad G_1(z) + 2 = [G_2(z)]^2; \qquad \ldots;$$
$$G_p(z) + 2 = [G_{p+1}(z)]^2; \qquad \ldots.$$

$G_1 G_2 \ldots G_p \ldots$ satisfaisant toutes à la même équation fonctionnelle (12). Or M. Valiron a démontré que c'est impossible pour les fonctions entières d'ordre nul considérées ici (5).

Conclusion. — *L'équation fonctionnelle* (2), *où* P_2 *est un polynome du second degré, ne peut être vérifiée par aucune fonction entière non rationnelle* $G(z)$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les équations d'ondes des corpuscules à spins entiers.* Note de M. **Gérard Petiau.**

I. La théorie de l'électron de Dirac considère un système de quatre matrices γ^μ liées par les relations $\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2\delta\mu\nu$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) au moyen desquelles on peut former un système complet de seize matrices $\gamma^0 = 1$, γ^μ, $\gamma^5 = \gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4$, $i\gamma^5\gamma^\mu$, $i\gamma^\mu\gamma^\nu$.

Désignant par $\gamma^{\mu+}$ la matrice transposée de γ^μ, il existe une matrice S unitaire et hermitienne telle que $S^{-1}\gamma^{\mu+}S = \gamma^\mu$. Tout système de cinq matrices $\gamma^\mu\gamma^5$ renferme toujours deux matrices à termes imaginaires, soient γ^α, γ^β, et l'on peut montrer que $S = i\gamma^\alpha\gamma^\beta$. Par suite, on a

$$S = S^{-1} = S^{+*} = -S^+.$$

Si l'on considère les matrices

$$\eta^0 = S\gamma^0, \qquad \eta^5 = S\gamma^5, \qquad \eta^\mu = S\gamma^\mu;$$
$$\eta^{5\mu} = Si\gamma^5\gamma^\mu, \qquad \eta^{5\mu\nu} = \eta^{\sigma\rho} = Si\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu = Si\gamma^\sigma\gamma^\rho,$$

on voit facilement que

$$\eta^{5\mu+} = \eta^{5\mu}, \qquad \eta^{5\mu\nu+} = \eta^{5\mu\nu}; \qquad \eta^{0+} = -\eta^0, \qquad \eta^{5+} = -\eta^5, \qquad \eta^{\mu+} = -\eta^\mu.$$

---

(5) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1113.

Par suite les dix matrices $\eta^{5\mu}$, $\eta^{5\mu\nu}$ sont symétriques, tandis que les six matrices η^0, η^5, η^μ sont antisymétriques.

II. Nous considérons le corpuscule de spin $n(h/2\pi)$ (n entier) représenté par les 4^{2n} fonctions d'ondes $\Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_{2n}}$ solutions du système de $2n$ équations d'ondes du type de Dirac

$$(1)\qquad \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon (\gamma^\varepsilon)_{i_r m_r} \Phi_{i_1, i_2, \ldots, m_r, \ldots, i_{2n}} = \lambda \Phi_{i_1, i_2, \ldots, i_r, \ldots, i_{2n}} \qquad \left(\lambda = -\frac{2\pi}{h} m_0 c\right).$$

Nous avons montré antérieurement [1] que le spin total maximum correspond dans le système propre et dans le cas de l'onde plane monochromatique aux fonctions $\Phi_{i_1, \ldots, i_{2n}}$ symétriques. Dans ce qui suit, afin d'isoler les équations d'un corpuscule de spin $n(h/2\pi)$, nous ne considérons parmi les solutions de (1) que les fonctions d'ondes totalement symétriques, c'est-à-dire telles que

$$\Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_r, i_s, \ldots, i_{2n}} = \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_s, i_r, \ldots, i_{2n}}.$$

Nous définirons en outre des opérateurs

$$t^{a_1, a_2, \ldots, a_n}_{i_1, i_2, \ldots, i_{2n}} = (\eta^{a_1})_{i_1 i_2} (\eta^{a_2})_{i_3 i_4} \ldots (\eta_{a_r})_{i_{2r-1} i_{2r}} \ldots (\eta^{a_n})_{i_{2n-1} i_{2n}}.$$

Pour chaque groupe d'indices a_1, a_2, ..., a_n correspondant aux η définis ci-dessus, il existe autant d'opérateurs $t^{a_1, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}}$ que de suites de couples d'indices $i_r i_s$ avec $r < s$. Mais, si l'on considère l'opération

$$\Sigma_{i_1, i_2, \ldots, i_{2n}} t^{a_1, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}},$$

on obtient la même expression quelle que soit la suite des indices i_1, i_2, ..., i_{2n} pour une même suite a_1, ..., a_n, et il suffit de considérer le premier opérateur $t^{a_1, \ldots, a_n}_{i_1, i_2, \ldots, i_{2n}}$. De plus, on voit immédiatement que, si un seul des η, soit η^{a_r}, est antisymétrique, alors

$$\Sigma_{i_1, \ldots, i_{2n}} t^{a_1, \ldots, a_r, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}} = 0.$$

Si tous les η^{a_r} sont symétriques, nous poserons

$$\Sigma_{i_1, \ldots, i_{2n}} t^{a_1, a_2, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}} = \Phi^{a_1, a_2, \ldots, a_n},$$

et l'on peut montrer que $\Phi^{a_1, a_2, \ldots, a_n}$ se transforme comme un tenseur symétrique par rapport aux indices a_1, ..., a_r, ..., a_n.

Si l'on applique l'opération $\Sigma_{i_1, \ldots, i_{2n}} t^{a_1, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}}$ aux équations (1), on obtient, suivant la parité de l'indice r,

$$(2)\qquad \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon \left[\Sigma_i t^{a_1, a_r \varepsilon, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}}\right] = \lambda \left[\Sigma_i t^{a_1, \ldots, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}}\right]$$

$$(3)\qquad \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon \left[\Sigma_i t^{a_1, \varepsilon a_r, a_n}_{i_1, \ldots, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}}\right] = \lambda \left[\Sigma_i t^{i_1, \ldots, i_{2n}}_{a_1, \ldots, a_n} \Phi^{(S)}_{i_1, \ldots, i_{2n}}\right].$$

Deux cas sont alors à considérer

1° les n matrices η^{a_1}, η^{a_2}, η^{a_n} sont toutes symétriques; on montre alors

---

(1) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 685.

que

$$\Sigma_i t^{a_1, a_r\varepsilon, a_n}_{i_1,\ldots,i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i\ldots,i_{2n}} = \Sigma_i t^{a_1, \varepsilon a_r, a_n}_{i_1,\ldots,i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}} = \frac{1}{2} \Sigma_i t^{a_1(a_r\varepsilon+\varepsilon a_r)a_n}_{i_1,\ldots,i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}}$$

et les équations (2) et (3) s'écrivent

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon \Phi^{a_1,\ldots;5\mu\varepsilon,\ldots,a_n} = \lambda \Phi^{a_1,\ldots,5\mu,\ldots,a_n} \\ \partial_\nu \Phi^{a_1,\ldots,5\mu,a_n} - \partial_\mu \Phi^{a_1,\ldots,5\nu,\ldots,a_n} = \lambda \Phi^{a_1,\ldots,5\mu\nu,\ldots,a_n}. \end{cases}$$

2° Une seule des matrices η, soit η^{a_r}, est antisymétrique; les autres étant symétriques.

On a alors

$$\Sigma_i t^{a_1, \varepsilon a_r, a_n}_{i_1,\ldots,i_{2r}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}} = - \Sigma_i t^{a_1, a_r\varepsilon, a_n}_{i_1,\ldots,i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2r}}; \qquad t^{a_1,\ldots,a_n}_{i_1,\ldots,i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots i_{2n}} = 0$$

et les équations (2) et (3) donnent

$$\text{(II)} \qquad \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon \Phi^{a_1,a_2,\ldots,5\varepsilon,a_n} = 0, \qquad \Sigma_\varepsilon \partial_\varepsilon \Phi^{a_1 a_2,\ldots,5\mu\varepsilon^*,\ldots,a_n} = 0,$$

$\mu\varepsilon^*$ désignant la combinaison d'indices duale de $\mu\varepsilon$.

Le système (1) est donc équivalent, les $\Phi_{i_1,\ldots,i_{2n}}$ étant restreints aux $\Phi^{(S)}_{i_2,\ldots,i_{2n}}$, au système des équations (I) et (II), c'est-à-dire aux équations tensorielles de Fierz.

Les fonctions $\Phi^{a_1,a_2,\ldots,a_n}$ ne sont pas linéairement indépendantes. Si nous considérons la relation

$$\Sigma_A (\gamma^A)_{i_p i_q} (\gamma^A)_{i_r i_s} = 4 \delta_{i_p i_s} \delta_{i_r i_q}$$

liant deux systèmes de matrices de Dirac, nous en déduisons γ^C et γ^D désignant deux matrices arbitraires

$$\Sigma_i (\eta_{a_1})_{i_1 i_2} \ldots [\Sigma_\mu (\eta^{5\mu C})_{i_p i_q} (\eta^{5\mu})_{i_r i_s}] \ldots (\eta^{a_n})_{i_{2n-1}, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}} = 0,$$

$$\Sigma_i (\eta^{a_1})_{i_1 i_2} \ldots \big[\Sigma_\nu \big((\eta^{5\mu\nu C})_{i_p i_q} (\eta^{5\mu\nu})_{i_r i_s} + (\eta^{\mu\nu C})_{i_p i_q} (\eta^{\mu\nu})_{i_r i_s}\big)\big] \ldots (\eta^{a_n})_{i_{2n-1}, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}} = 0,$$

$$\Sigma_i (\eta^{a_1})_{i_1 i_2} \ldots \big[\Sigma_\mu \big(\eta^{\mu C})_{i_p i_q} (\eta^{\mu D})_{i_r i_s} + (\eta^{5\mu C})_{i_p i_q} (\eta^{5\mu D})_{i_r i_s}\big)\big] (\eta^{a_n})_{i_{2n-1}, i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}}$$

$$= 2 \Sigma_i (\eta^{a_1})_{i_1 i_2} \big[(\eta^D)_{i_p i_s} (\eta^C)_{i_r i_q} + (\eta^{5D})_{i_p i_s} (\eta^{5C})_{i_r i_q} \big] \ldots (\eta^{a_n})_{i_{2n-1} i_{2n}} \Phi^{(S)}_{i_1,\ldots,i_{2n}},$$

qui, suivant les valeurs de γ^C et de γ^D, nous donnent les relations

$$\Sigma_\mu \Phi^{a_1,\ldots,5\mu,\ldots,5\mu,\ldots,a_n} = 0, \qquad \Sigma_\nu \Phi^{a_1,5\mu\nu,\ldots,5\mu\nu^*,a_n} = 0,$$

$$\Sigma_\nu \Phi^{a_1,\ldots,5\mu\nu,\ldots,5\nu,\ldots,a_n} = 0, \qquad \Sigma_\nu \Phi^{a_1,5\mu\nu^*,\ldots,5\nu,a_n} = 0,$$

$$\Sigma_\rho \Phi^{a_1,5\mu\rho,\ldots,5\nu\rho;\ldots,a_n} = \Phi^{a_1,5\mu,\ldots,5\nu,\ldots,a_n}.$$

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Propagation ellipsoïdale des ondes électromagnétiques.* Note de M. **Pierre Dive**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Les difficultés d'interprétation de la contraction lorentzo-einsteinienne [1] des corps en mouvement nous ont incité à revenir vers l'hypothèse de la

---

(1) Tandis que certains physiciens considèrent cette contraction comme réelle, capable, par exemple, de détruire un disque en rotation (Von Laue, *La théorie de la Relativité*, trad. G. Letang, 1, p. 189), d'autres ne lui reconnaissent qu'une signification « relative »

propagation ellipsoïdale des ondes, avancée au début du siècle par H. Poincaré (*La valeur de la Science*, p. 202).

Nous postulerons l'existence d'un espace référentiel privilégié $\mathcal{R}$, doué d'une chronométrique universelle. *Dans tout repère galiléen* $\mathcal{R}'$ (*de vitesse constante* v *dans* $\mathcal{R}$) *nous utiliserons en même temps, pour satisfaire au principe de relativité, une chronométrique naturelle propre, respectant l'isotropie des ondes autour de toute source* O' *fixe dans* $\mathcal{R}'$. *Nous donnerons enfin aux lois de l'Électromagnétisme une forme tensorielle qui assure leur invariance.*

Le problème ainsi posé admet la solution suivante :

Considérons un événement instantané (éclair), repéré, à l'instant t, dans $\mathcal{R}$ à l'extrémité d'un rayon-vecteur $\vec{x}$ d'origine O, et dans $\mathcal{R}'$ à l'instant t' à l'extrémité d'un rayon-vecteur $\vec{x}'$ d'origine O'. x et x' seront liés *par le groupe des déplacements euclidiens* $\vec{x}' = \vec{x} - \vec{v}t$, où t est le temps, *paramètre du groupe dont la variation exprime la mobilité du repère* $\mathcal{R}'$.

Appelons x^α les composantes de x ($\alpha = 1, 2, 3$) suivant les axes; posons $x^4 = ict$ ($c = 3.10^{10}$ cm/s), on aura les transformations

$$x'^\alpha = x^\alpha + i\varepsilon^\alpha(v)a(v)x^4, \tag{1}$$

$$x'^4 = a(v)x^4 - i\varepsilon^\alpha(v)x^\alpha \qquad (\alpha = 1, 2, 3), \tag{2}$$

où $a(v)$ est une fonction encore indéterminée de v [telle que $a(0) = 1$] et $\varepsilon^\alpha(v)$ la projection de $\vec{\varepsilon} = (ac)^{-1}\vec{v}$ sur Ox (²).

Les équations d'un même front d'onde, émis à l'instant *zéro* par une source ponctuelle fixée à O', seront

$$\mathcal{F}' \equiv \Sigma x'^{\alpha} = 0 \qquad (\alpha = 1, 2, 3, 4) \quad \text{dans } \mathcal{R}' \tag{3}$$

et, en posant $\mu^2 = 1 - \vec{\varepsilon}^2$,

$$\mathcal{F} \equiv \vec{x}^2 - (\vec{\varepsilon}.\vec{x})^2 + a^2\mu^2 x^4 = 0 \quad \text{dans } \mathcal{R}. \tag{4}$$

La première représente une sphère centrée sur O', la seconde, *un ellipsoïde de révolution autour de* $\vec{v}$, *centré sur le point d'émission* O, *et focalisé sur la position* O' *de la source* (³).

---

résultant de la « décomposition de l'univers en espace et temps » (J. Becquerel, *Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein*, p. 53).

Nous avons fait une étude critique de cette contraction dans *Les Interprétations physiques de la théorie d'Einstein*.

(²) Ces formules permettent de définir, comme dans la théorie de Minkowsky : le temps propre τ d'un élément mobile, son hypervitesse $U^\alpha = (dx^\alpha/d\tau)$ et son hyperaccélération $J^\alpha = ({}'dU^\alpha/d\tau)$. Mais, sans indications expérimentales suffisantes, il n'est pas nécessaire d'attribuer un sens physique au temps propre.

(³) L'onde dépend de la direction et de la grandeur de v, mais elle est indépendante de son sens. Cf. *L'Électro-optique dans le temps universel* (*Bull. Astron.*, *Mém.*, 12, 1, 1940, p. 1).

Nous associons ainsi, à la chronométrique naturelle particulière à un repère galiléen de vitesse v, la forme quadratique

$$\mathcal{F} \equiv g_{\alpha\beta}(v)x^\alpha x^\beta \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4). \tag{5}$$

Nous considérons les formules classiques donnant les champs électrique et magnétique, en fonction du potentiel scalaire et du potentiel-vecteur comme tirées de l'expérience. Elles se synthétisent dans

$$\mathrm{H}_{\alpha\beta} = \frac{\partial \Upsilon_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Upsilon_\alpha}{\partial x^\beta} \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4). \tag{6}$$

Pour assurer leur invariance, nous assimilons les Υ_α aux composantes covariantes d'un *potentiel-tenseur* afférant aux transformations (1) et (2).

Nous précisons les sources du champ et nous satisfaisons au principe de la conservation de l'électricité en donnant les divergences

$$\mathcal{D}_\beta \mathrm{H}^{\alpha\beta} = 4\pi k c^{-1} \rho \mathrm{U}^\alpha, \tag{7}$$

$$\mathcal{D}^\alpha \Upsilon_\alpha = 0, \tag{8}$$

où U^α est l'hypervitesse de la charge excitatrice de densité ρ.

Si l'on explicite le champ électrique $\vec{\mathrm{E}}$ et le champ magnétique $\vec{\mathrm{H}}$, on trouve que *les formules en rot* $\vec{\mathrm{E}}$ *et div* $\vec{\mathrm{H}}$ *sont identiques à celles de Maxwell et que les formules en rot* $\vec{\mathrm{H}}$ *et div* $\vec{\mathrm{E}}$ *n'en diffèrent qu'au second ordre de* uc^{-1}. De (7) et (8) on tire encore l'équation

$$\frac{1}{\mu^2(u)}\frac{\partial^2 \Upsilon_\alpha}{\partial x\, \partial x} + \frac{\partial^2 \Upsilon_\alpha}{\partial y\, \partial y} + \frac{\partial^2 \Upsilon_\alpha}{\partial z\, \partial z} - \frac{1}{a^2(u)\mu^2(u)\varepsilon^2}\frac{\partial^2 \Upsilon_\alpha}{\partial t\, \partial t} = 4\pi k \rho \varepsilon^\alpha(u), \tag{9}$$

qui exprime en particulier la propagation de Υ_α par le front d'onde $\mathcal{F} = 0$.

Soit q une charge de masse m, de vitesse $\vec{s}$ et d'accélération $\vec{j}$ dans $\mathcal{R}$, soumise à l'influence d'un champ $(\vec{\mathrm{E}}, \vec{\mathrm{H}})$. Le principe de relativité donne dans le repère galiléen tangent $\mathcal{R}'$,

$$m\vec{j}' = \vec{\mathrm{E}}' q. \tag{10}$$

Des formules (1) et (2) on tire l'accélération $\vec{j}$ dans $\mathcal{R}$ en fonction de $\vec{j}$ et, au moyen des transformations tensorielles, le champ électrique $\vec{\mathrm{E}}$, dans $\mathcal{R}$, en fonction de $\vec{\mathrm{E}}$ et $\vec{\mathrm{H}}$. Il vient l'équation fondamentale

$$m\vec{j} = a(s)\mu^2(s)\left[\vec{\mathrm{E}} + \frac{\vec{s}}{c} \wedge \vec{\mathrm{H}}\right] q. \tag{11}$$

Supposons que le champ soit produit par une charge excitatrice ponctuelle q^0 de vitesse $\vec{u}$ dans $\mathcal{R}$. On aura, *en fonction du seul champ électrostatique de Coulomb* $\vec{\mathrm{E}}^0$,

$$\vec{\mathrm{E}} = a(u)[\vec{\mathrm{E}}^0 - \vec{\varepsilon}(u)\ (\vec{\varepsilon}(u) . \vec{\mathrm{E}}^0)], \qquad \vec{\mathrm{H}} = \vec{\varepsilon}(u) \wedge \vec{\mathrm{E}}^0.$$

La masse constante m ou cinétique $m_s = m(a)$ est unique. L'accélération et la force qui la provoquent ont toujours la même direction. Si $\vec{s} = \vec{u}$, les surfaces équipotentielles de convection sont sphériques; tout se passe comme si q^0 entraînait rigidement avec elle son champ électrostatique à symétrie sphérique (4).

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Perfectionnement au polarimètre photoélectrique.* Note de MM. **Georges Bruhat, André Blanc-Lapierre, Jean Schiltz,** et **Gaston Raoult**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le polarimètre photoélectrique décrit précédemment (1) comporte un analyseur à deux plages et un amplificateur qui permet d'apprécier la variation du courant photoélectrique lorsqu'on substitue une des plages à l'autre. L'amplificateur Bruhat-Guinier se compose d'une lampe électromètre Philipps, suivie d'une triode B 405; le courant de plaque de la triode parcourt le primaire d'un transformateur dont le secondaire est fermé sur un galvanomètre. Avec une résistance d'entrée de $1{,}75.10^{11}$ ohms (résistance S. S. White), une variation du courant photoélectrique de 4.10^{-15} ampère, correspondant à 7.10^{-4} V sur la grille de la lampe électromètre, donne au spot du galvanomètre, fonctionnant en balistique, une impulsion de 1^{mm}.

L'amplificateur s'est révélé insuffisant lorsque nous avons voulu étudier la biréfringence électrique du sulfure de carbone dans l'ultraviolet. Il était alors nécessaire d'employer une épaisseur de liquide réduisant à environ 1/10 le flux lumineux, et la précision de la mesure se trouvait réduite dans la même proportion : il a donc fallu accroître la sensibilité de l'amplificateur.

Nous avons d'abord remplacé la triode par une penthode EL 3, utilisée de la même manière : la pente de l'amplificateur se trouve ainsi multipliée par 6.

Nous avons ensuite établi la liaison entre la penthode et le galvanomètre par un transformateur spécialement calculé pour conserver au galvanomètre un fonctionnement balistique correct, tout en ayant au primaire une résistance voisine de la résistance optimum d'utilisation de la penthode, et au secondaire une résistance de l'ordre de celle du cadre du galvanomètre. Pour pouvoir faire travailler le fer de ce transformateur, dont le primaire est parcouru en permanence par le courant de plaque de la penthode, dans la région des champs faibles où la perméabilité est maximum, nous l'avons muni d'un troisième enroulement, dit de compensation. Les caractéristiques des trois enroulements sont les suivantes :

Primaire................	24 000 spires	1560 ohms
Secondaire..............	14 300 »	800 »
Compensation...........	10 860 »	590 »

(4) Les ellipsoïdes d'Heaviside sont remplacés par des sphères; l'expérience de Trouton et Noble s'explique donc *ipso facto*.

(1) G. Bruhat et A. Guinier, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 762.

L'enroulement de compensation étant ouvert, nous avons trouvé qu'une impulsion d'un millimètre correspond maintenant à une variation de potentiel de $6,7.10^{-5}$ volt sur la grille d'entrée, c'est-à-dire à une multiplication par 10 environ de la sensibilité de l'amplificateur primitif.

L'emploi de la compensation nous a donné d'abord des résultats incohérents, et nous a conduits à étudier le transformateur seul, par la mesure des déviations balistiques obtenues lorsqu'on fait passer le courant primaire, en shuntant l'enroulement correspondant par une grande résistance, d'une valeur i_1 à une valeur voisine i_2. On obtient alors des phénomènes définis, si l'on a, au préalable, fait décrire quelques cycles d'hystérésis au fer en coupant et fermant alternativement les circuits primaire et compensation. Voici, en fonction du nombre de volts appliqués au circuit de compensation, les valeurs des déviations observées :

	Volts compensation...	0.	48.	50.	52.	54.	56.	58.	60.	62.	64.	66.	68.
A	$i_1 \rightarrow i_2$.....	10	–	–	–	–	–	54	66	83	68	57	52
	$i_2 \rightarrow i_1$.....	10	–	–	–	–	–	57	78	90	75	61	54
B	$i_1 \rightarrow i_2$.....	10	40	47	57	66	70	105	72	57	–	–	–
	$i_2 \rightarrow i_1$.....	10	41	50	64	80	87	130	80	72	–	–	–

La série A est obtenue lorsque le circuit fermé en dernier est le circuit de compensation, la série B lorsque c'est le circuit primaire. Le fer s'y trouve sur deux branches différentes du cycle d'hystérésis, et la différence des courants de compensation qui correspondent au maximum de la déviation peut donner une évaluation de la largeur de ce cycle. Dans chaque série, au voisinage du maximum, les déviations ne sont pas les mêmes lorsque l'intensité croît et lorsqu'elle diminue de la même quantité : ce phénomène tient sans doute à l'existence des droites de recul dont la pente est différente de celle de la courbe d'hystérésis. Enfin, dans la série B, la différence des déviations obtenues lors de l'accroissement et lors de la diminution de l'intensité dépend du temps qui a séparé les deux manœuvres : ce phénomène est sans doute en rapport avec le traînage magnétique.

La compensation augmente notablement la sensibilité, puisque la déviation, pour une même variation du courant, passe de 10 à 90 et même 130^{mm}; mais les divers phénomènes que nous venons d'indiquer se traduisent, dans la pratique, par un manque de fidélité. On a pourtant avantage à employer la compensation, à condition de ne pas s'approcher trop près du maximum : dans le cas A, avec une compensation de 58 V, on multiplie la sensibilité par 5 sans introduire une trop grande instabilité.

Une déviation de 1^{mm} correspond alors à une variation de $1,3.10^{-5}$ V sur la grille d'entrée, ce qui représente une multiplication par environ 50 de la sensibilité de l'amplificateur primitif; avec la résistance d'entrée de $1,75.10^{11}$ ohms, on peut apprécier une variation du courant photoélectrique de $7,5.10^{-17}$ A.

Il est inutile de chercher une nouvelle augmentation de l'amplification, car les lampes électromètres ne permettent pas de mesurer avec sécurité le 1/100000 de volt : la sensibilité maximum que nous avons réalisée ne peut d'ailleurs être effectivement utilisée à des séries de mesures que lorsque les conditions sont favorables : calme relatif du laboratoire, excellent dessèchement de la boîte de l'amplificateur, parfait état des batteries d'accumulateurs.

RADIOCHIMIE. — *Sur l'action qu'exercent les gaz sur la réaction photogénique accompagnant l'électrolyse de solutions d'azoture de sodium et d'acide azothydrique.* Note de M. **Edgar-T. Verdier**, présentée par M. Jacques Duclaux.

Avec R. Audubert ([1]), j'ai montré que l'électrolyse d'une solution d'azoture de sodium ou d'acide azothydrique s'accompagne d'une émission de rayonnement ultraviolet, décelable et mesurable au moyen de compteur photoélectrique. On sait également, d'une part ([2]) qu'une fraction très notable de cette émission se fait en phase gazeuse, car l'intensité du rayonnement mesurée par un compteur est la même à distances égales dans toutes les directions au-dessus de la surface de l'électrolyte, et d'autre part, comme l'ont montré R. Audubert et C. Racz ([3]), qu'elle est due à la désactivation d'une forme métastable d'azote activée électroniquement, à grande vie moyenne ($2,5 . 10^{-3}$ sec).

Il m'a donc paru intéressant d'étudier l'influence que pouvaient avoir des gaz comme l'azote, l'hydrogène, l'oxygène, l'argon et le protoxyde d'azote sur la réaction photogénique.

L'électrolyse a été effectuée avec le montage suivant : sur la partie supérieure d'un petit vase poreux de pile, utilisé comme compartiment anodique, était adapté, par l'intermédiaire d'un bouchon en caoutchouc, un vase en verre, qui se trouvait fermé en haut par une fenêtre de quartz. Deux tubes d'entrée, dans ce récipient, permettaient, d'une part le balayage de la plaque de quartz par un courant de gaz pour éviter la condensation au cours de l'électrolyse des vapeurs d'acide azothydrique, très absorbantes dans le domaine de lumière ultraviolette émise ([4]), et d'autre part un barbotage du gaz à travers la solution anodique elle-même. Par ailleurs, un tube de sortie se terminant juste au-dessus de l'anode, une toile de platine disposée horizontalement à la surface de l'électrolyte, assurait un renouvellement continuel de l'atmosphère gazeuse au voisinage immédiat de l'électrode. La cathode, également en platine, était plongée dans le même électrolyte extérieur au poreux.

Toutes les mesures ont été faites après un barbotage prolongé, à travers la

---

([1]) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1984.

([2]) E.-T. Verdier, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 755.

([3]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 217; *Bull. Soc. Chim. France*, 5e série, 7, 1940, p. 907.

([4]) M. Bonnemay et E.-T. Verdier, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 228.

solution, du gaz étudié. Pendant une mesure, ce barbotage, qui aurait donné lieu à des fluctuations dans l'intensité du courant et de l'émission, était arrêté, et seul un courant de gaz dans l'atmosphère au-dessus de l'anode était maintenu.

On constate, dans ces conditions, que la présence d'azote et d'hydrogène augmente l'émission, par rapport à l'air, de 500 à 600 fois, que l'argon et le protoxyde d'azote sont pour ainsi dire sans influence, alors que l'oxygène la diminue considérablement. Par ailleurs si l'on cherche à vérifier la relation déjà énoncée (1), $\Delta N = KI e^{bV}$, où ΔN est le nombre de décharges enregistrées par le compteur en une minute, I l'intensité du courant, V la tension appliquée, K et *b* deux constantes, on trouve que seule la valeur de K varie avec la nature du gaz alors que *b* reste rigoureusement constant.

Ces résultats conduisent à penser que l'azote et l'hydrogène, qui sont des constituants de la molécule N^3H, donnent lieu à une augmentation de l'émission, soit par la création d'un état de résonance entre les molécules, soit par une ramification des chaînes dans la réaction photogénique. L'argon et le protoxyde d'azote agiraient comme gaz inertes, et l'oxygène serait nettement un inhibiteur. On doit également admettre que le facteur K dans la relation citée dépend, en dehors d'autres facteurs (sensibilité absolue du compteur, température etc.), de l'absorption par les vapeurs de N^3H toujours en équilibre avec des solutions de N^3H et même de N^3Na.

Si l'on considère que l'azote activé électroniquement N_2^+, libéré à l'anode à la suite des réactions secondaires du radical N^3, dans lesquelles interviendrait l'énergie d'activation acquise par l'ion N_3^- sous forme d'énergie cinétique, due à la chute de tension à l'anode, contient suffisamment d'énergie (250 Kcals) (5) pour dissocier les molécules de N^2 (—200 Kcals) (6) et de H^2 (—112 Kcals) (7), il est possible d'imaginer la ramification des chaînes par les deux atomes d'azote ou d'hydrogène ainsi apparus; on aurait schématiquement

$$N_2^+ + N^2 \rightarrow N^2 + 2N, \qquad N_2^+ + H^2 \rightarrow N^2 + 2H;$$
$$N + N^3H \rightarrow {>}NH + N_2^+ + N, \qquad H + N^3H \rightarrow {>}NH + N_2^+ + N.$$

Par contre, l'oxygène pouvant participer à la formation de N^2O sans émission de lumière d'après les réactions

$$N_2^+ + O^2 \rightarrow N^2 + 2O, \qquad N_2^+ + O \rightarrow N^2O$$

serait, comme l'expérience le montre, fortement inhibiteur.

Une telle hypothèse nécessite forcément d'autres vérifications; en particulier il faudrait examiner l'influence des gaz en question sur la décomposition photochimique des vapeurs de N^3H, telle qu'elle a été étudiée par Beckman et Dickinson (8).

(5) V. Henri, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 67.

(6) R. S. Mulliken, *Phys. Rev.*, 46, 1934, p. 144.

(7) W. W. Lozier, *Phys. Rev.*, 44, 1933, p. 575 et 45, 1934, p. 840.

(8) Beckman et Dickinson, *Journal of the American Chemical Society*, 50, 1928, p. 1870; 52, 1930, p. 124; Myers et Beckman, *ibid.*, 57, 1935, p. 89.

Quoi qu'il en soit, ces résultats montrent que l'émission d'un rayonnement ultraviolet accompagnant l'électrolyse de solutions de N^3H et de N^3Na est liée essentiellement à deux séries de réactions : la première, relative à la décharge des ions N_3^- et à la libération de l'azote actif, dépendrait de la tension appliquée, de la présence de certains sels en solution et du pH de l'électrolyte, alors que la deuxième se rattacherait à la présence dans l'atmosphère au voisinage de l'anode de molécules de N^3H, susceptibles de prendre part aux réactions secondaires qui conduisent à la désactivation de l'azote actif avec émission de lumière.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La représentation des tensions de vapeur.* Note de M. **Jean-P.-E. Duclaux**, présentée par M. Jacques Duclaux.

Il est d'un usage très général de représenter les variations des tensions de vapeur et des tensions de dissociation par des formules du type de Dupré

$$\text{Log} P = -\frac{A}{T} + B + C \,\text{Log} T + DT + \ldots \quad (1)$$

Ce type de formule a été adopté parce qu'il semble avoir une base théorique (formule de Clapeyron, théorème de Nernst); j'ai attiré l'attention ([1]) sur le fait que seuls les trois premiers termes sont obtenus par voie théorique, les suivants étant purement empiriques; j'ai montré de plus que, dans la méthode de déduction, l'on s'éloignait beaucoup de la base théorique et que le résultat final n'était pratiquement qu'une formule d'interpolation arbitraire.

J'ai donné d'autre part ([1]) une nouvelle formule des tensions de vapeur, n'ayant aucune base théorique, mais faisant apparaître l'existence d'états correspondants. Cette formule s'écrit

$$\text{Log} P = -X + n \,\text{Log} T + C \frac{T(T - T_t)(T_e - T)}{(T + A)^3} \quad (2)$$

avec

$$A = \frac{T_t}{2}\left[\left(\frac{2T_e}{T_t} - 1\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right].$$

Le calcul numérique montre que la formule (2) représente l'expérience beaucoup mieux que la formule de Dupré; ainsi la variation des tensions de vapeur semble dépendre plutôt de l'existence d'états correspondants que des anciennes considérations théoriques.

Dans ce qui suit je me servirai des données relatives à l'eau, qui sont les plus précises.

Nombre de constantes arbitraires. — La formule (2) contient trois constantes;

([1]) *Journ. Chim. Phys.*, **38**, nov. 1941, p. 78; *Comptes rendus*, **213**, 1941, pp. 482 et 674; **214**, 1942, p. 77

lorsque l'on connaît les coordonnées des point triple et critique, deux d'entre elles sont calculables *a priori*; la troisième est, dans le cas général, liée aux autres par une relation qu'il n'a pas encore été possible d'exprimer avec précision. Lorsque l'on ne connaît qu'une partie de la courbe, on peut considérer les *trois* constantes comme arbitraires; c'est ce que nous ferons ici.

La formule de Dupré contient un nombre de constantes indéterminé; le calcul indique qu'il en faut au moins *cinq* pour obtenir une précision égale à celle que donne la formule (2).

Valeur des constantes. — Toutes les constantes de la formule (2) sont complètement déterminées par trois nombres expérimentaux.

Au contraire, dans la formule de Dupré, le nombre de termes gardés étant variable, la valeur des constantes est fonction de ce nombre, et les variations sont considérables; c'est ainsi que trois formules ont donné :

Nombre de termes.	Bases.	A.	B.	C.
3............	0°-100° -300°	2717	18,60	— 3,28
4............	0°-100° -200°-300°	3356	38,70	—11,05
5............	0°-100°-150°-200°-300°	3202	31,79	— 8,38

La comparaison des chiffres montre que les valeurs expérimentales des constantes ne sont susceptibles d'aucune interprétation théorique; en fait, seules celles qui apparaîtraient dans un développement en série illimité pourraient convenir, mais ce développement devrait être appuyé sur des mesures d'une précision infinie.

Variation des constantes avec les bases. — Le calcul montre que les paramètres de la formule (2) sont remarquablement constants, quelles que soient les bases choisies. J'ai fait le calcul pour 20 systèmes de bases; voici quelques résultats :

Bases.	*n*.	C.	X.
Système 1 (40°-100°-250°)...	12,158	5,057	28,961
» 2 (0°-100°-374°)...	12,167	5,043	28,982
» 3 (50°-100°-200°)...	12,164	5,084	28,980
» 4 (0°- 25°- 50°)...	12,086	5,116	28,786

Même dans ce dernier cas, où les conditions sont très défavorables, par suite du petit intervalle de température utilisé, les variations sont de l'ordre de 1 %.

Au contraire, en déterminant à partir des mêmes bases, les coefficients de la formule de Dupré à trois termes, on obtient pour A, B et C, les valeurs suivantes dont les variations dépassent 50 % :

Bases.	A.	B.	C.
Système 1...............	2709	—3,326	18,696
» 2...............	2646	—2,778	17,118
» 3...............	2762	—3,670	19,720
» 4...............	2824	—4,988	23,153

Interpolation. — Il résulte de cette faible variation des constantes que la formule (2) se prête beaucoup mieux à l'interpolation que la formule de Dupré. Je ne donne ici que quelques chiffres :

Bases.	Temp.	P. Dupré.	P (2).	P exp.
Système 1	70°	232,9	233,8	233,7
» 2	150	3606,7	3566,5	3570,7
» 3	200	11503	11644	11661

Extrapolation. — C'est surtout pour l'extrapolation que la formule (2) montre sa supériorité. Je donne ici quelques valeurs des pressions aux points triple et critique, calculées à partir des bases données, à l'aide des deux types de formules :

Bases.	Form. Dupré.	Équat. (2).	Exp.
Système 1 (P_t)	4,716	4,576	4,579
(P_c)	190,4	216,3	218,2
» 3 (P_t)	4,671	4,541	4,579
(P_c)	180,3	215,4	218,2
» 4 (P_c)	77,0	203,5	218,2

Dérivées. — J'ai également vérifié que les dérivées étaient mieux représentées; il est possible de calculer la dérivée seconde. On trouve ainsi, à différentes températures, pour la quantité $-(d/dT)(T\,dP/P\,dT)$, les valeurs :

	0°.	100°.	200°.
Dupré 3 termes	0,0815	0,0438	0,0272
» 4 »	0,0938	0,0457	0,0247
Formule (2)	0,0886	0,0464	0,0243
Expérience	0,0889	0,0463	0,0250

En résumé, l'accord remarquable entre la formule et l'expérience montre qu'elle peut servir de base à une théorie des états correspondants, que je développerai dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation de l'acide phénylglyoxylique avec le cyanure de benzyle.* Note (¹) de MM. **Paul Cordier** et **Jacques Moreau**.

L'un de nous a montré que certains acides α-cétoniques aromatiques, tels que les acides benzyl- (²) et phényl-pyruviques (³), étaient susceptibles de se condenser en milieu alcalin avec le cyanure de benzyle en donnant les composés de cétolisation correspondants de structure générale

$$\begin{array}{c} R-C(OH)-COOH \\ | \\ C^6H^5-CH-CN \end{array};$$

(¹) Séance du 29 décembre 1941.

(²) P. Cordier, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1427.

(³) P. Cordier, *Comptes rendus*, 200, 1936, p. 1412.

ces nitriles acides alcools tertiaires sont aisément transformés sous l'action de l'acide chlorhydrique à chaud, par hydrolyse et déshydratation simultanées, en anhydrides maléiques disubstitués.

Nous nous sommes proposé d'étudier quel serait le comportement du premier acide aromatique α-cétonique, c'est-à-dire de l'acide phénylglyoxylique, la présence du groupement phénylé au voisinage immédiat du carbonyle conférant à ce corps une réactivité particulière.

L'acide phénylglyoxylique employé a été préparé d'abord par oxydation de l'acétophénone ([3]), nous avons préféré par la suite le procédé indiqué dans le traité des *Synthèses organiques* ([4]) et basé sur l'oxydation de l'acide mandélique par le permanganate de potassium; cette méthode nous a donné de bons résultats.

I. Nous avons essayé en premier lieu d'effectuer la condensation de l'acide phénylglyoxylique avec le cyanure de benzyle molécule à molécule dans les mêmes conditions que celles réalisées dans le cas des acides benzyl- et phénylpyruviques, c'est-à-dire en milieu hydroalcoolique et en employant comme agent de condensation soit la soude, la potasse ou le carbonate de potassium.

Dans tous les cas, nous n'avons réussi, malgré les différentes conditions de milieu et de concentration réalisées, qu'à obtenir de très faibles quantités d'un composé acide dont l'analyse nous a permis d'assigner la structure d'un nitrile acide alcool

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - C(OH) - COOH \\ \qquad\quad\;\; | \\ C^6H^5 - CH - CN \end{array} \qquad (I)$$

Comme les composés précédemment obtenus, ce corps donne naissance, par action de l'acide chlorhydrique à chaud, à un composé de structure anhydridique et dont le point de fusion correspond à celui de l'anhydride diphénylmaléique, corps bien connu.

II. Ayant remplacé l'agent alcalin minéral par la pipéridine, nous avons constaté qu'en milieu hydroalcoolique le rendement en acide (I) était sensiblement amélioré, quoique toujours faible.

Nous avons alors effectué la condensation sans solvant en présence d'un excès de pipéridine; nous avons mis en présence une molécule d'acide phénylglyoxylique, un peu plus d'une molécule de cyanure de benzyle et environ deux molécules de pipéridine; le mélange devient rapidement homogène et, après quelques heures, on constate l'apparition d'un précipité, au bout de 24 heures tout est pris en masse.

Nous avons isolé le composé formé dans les conditions suivantes : le produit de la réaction est trituré avec de l'éther, où il est insoluble; on sépare le composé précipité par filtration sur plaque de Buchner, on le lave avec de l'éther et on l'essore. Il est presque incolore, c'est le sel de pipéridine de l'acide

([3]) GLUCKSMANN, *Monatshefte f. Chemie*, 11, 1890, p. 248.
([4]) Traduction française, 1935, p. 148.

cherché. Trituré avec de l'eau et additionné d'un excès de solution d'acide chlorhydrique, il donne naissance à l'acide correspondant qui est isolé par filtration. Nous l'avons purifié par traitement par une solution de carbonate de sodium, filtration et précipitation en milieu acide. Ainsi obtenu il est amorphe. Nous l'avons dissous dans l'alcool à 95° et précipité par addition ménagée d'eau; dans ces conditions il se présente en aiguilles cristallines.

La quantité obtenue à partir de 4^g d'acide phénylglyoxylique est de $2^g,80$ de composé pur, le rendement est donc de 40 % environ.

Le composé obtenu est bien le nitrile acide alcool de structure (I). Il ne présente pas de point de fusion net et se décompose lentement lorsqu'on le maintient à une température supérieure à 180°, il fond plus rapidement vers 210°; nous avons constaté, par comparaison avec un échantillon du produit obtenu dans des essais précédents en milieu alcalin, que le corps isolé est identique à l'acide (I).

Il est soluble dans les solutions alcalines diluées, mais se décompose en milieu alcalin concentré en régénérant le cyanure de benzyle et le sel alcalin de l'acide phénylglyoxylique, cette décomposition est rapide à chaud.

III. Soumis à l'action de l'acide chlorhydrique à 100° en milieu acétique, le nitrile acide alcool donne naissance à l'anhydride diphénylmaléique. Nous avons obtenu un composé facilement purifiable en milieu alcoolique dilué où il est peu soluble, et se présentant en beaux cristaux de coloration légèrement jaune. Le point de fusion net (156°) est en accord avec celui de l'anhydride diphénylmaléique.

Conclusion. — L'acide phénylglyoxylique se condense très difficilement avec le cyanure de benzyle en milieu hydroalcoolique en présence d'alcali (soude, potasse, carbonate de potassium) en donnant le mononitrile diphényloxysuccinique.

La condensation s'effectue par contre avec un bon rendement (40 %) sans solvant en présence de pipéridine.

Le nitrile obtenu est aisément transformé sous l'action de l'acide chlorhydrique en anhydride diphénylmaléique.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Sur la possibilité d'atteindre les constantes élastiques des cristaux par l'étude aux rayons X de l'agitation thermique des atomes.* Note de M. **Jean Laval**, présentée par M. Charles Mauguin.

I. La plupart des métaux ont un atome par maille. Leur pouvoir diffusant du premier ordre s'écrit [1]

$$p_1 = \frac{f^2 |\mathbf{X}|^2 H^2}{\sigma m}\left(\frac{E_1}{\nu_1^2}\cos^2|\mathbf{XA}_1| + \frac{E_2}{\nu_2^2}\cos^2|\mathbf{XA}_2| + \frac{E_3}{\nu_3^2}\cos^2|\mathbf{XA}_3|\right),$$

et $\cos^2|\mathbf{XA}_1| + \cos^2|\mathbf{XA}_2| + \cos^2|\mathbf{XA}_3| = 1$.

[1] *Comptes rendus*, **214**, 1942, pp. 274 et 431

Les vibrations de fréquences ν_1, ν_2, ν_3 ont le même vecteur de propagation S, mais se déplacent d'ordinaire avec des vitesses distinctes V_1, V_2, V_3. En conséquence

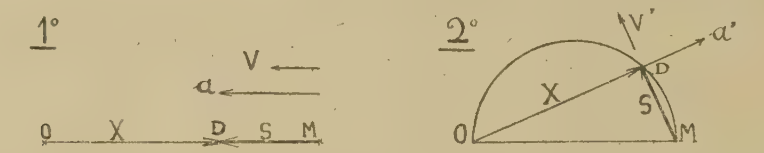
$$p_1 = \frac{f^2 |\mathbf{X}|^2 H^2}{\sigma m |\mathbf{S}|^2} \left(\frac{E_1}{V_1^2} \cos^2 |\mathbf{XA}_1| + \frac{E_2}{V_2^2} \cos^2 |\mathbf{XA}_2| + \frac{E_3}{V_3^2} \cos^2 |\mathbf{XA}_3| \right).$$

Supposons le vecteur **X** parallèle à l'une des vibrations

$$p_1 = \frac{f^2 |\mathbf{X}|^2 H^2 E}{\sigma m |\mathbf{S}|^2 V^2}, \quad \text{d'où} \quad V = \frac{f |\mathbf{X}| H}{|\mathbf{S}|} \left(\frac{E}{\sigma m p_1} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

L'orientation du cristal, les directions des faisceaux incident et diffusé, situent le pôle de diffusion D dans une zone. Si M en est le centre, $\mathbf{S} = \overrightarrow{MD}$.

1° Dirigeons le vecteur $\mathbf{X} = \overrightarrow{OD}$ suivant une rangée OM du réseau polaire.



Le vecteur S est orienté de même; et le vecteur **X** se confond ou fait un angle très petit avec la vibration longitudinale ou pseudo-longitudinale a.

2° Plaçons le pôle de diffusion D dans un plan de symétrie et sur le méridien ODM d'une sphère ayant OM pour diamètre. Le vecteur **X** est perpendiculaire sur le vecteur **S**, il coïncide ou fait un angle minime avec la vibration transversale ou pseudo-transversale a' contenue dans le plan ODM. Les mesures du pouvoir diffusant dans l'un et l'autre cas déterminent les vitesses V et V' des vibrations a et a'.

Des vitesses évaluées suivant des directions différentes on déduit les coefficients d'élasticité de Voigt. Il convient de placer le pôle de diffusion dans les zones de faibles notations et près de leurs centres. Ainsi les radiations du deuxième et du troisième ordre, celles de Compton, sont négligeables.

II. La maille élémentaire de la sylvine contient deux atomes. La sylvine a comme pouvoir diffusant du premier ordre

$$p_1 = \frac{|\mathbf{X}|^2}{\sigma m} \left(\sum \frac{E_\alpha}{\nu_\alpha^2} |\Phi_\alpha|^2 + \sum \frac{E_\omega}{\nu_\omega^2} |\Phi_\omega|^2 \right) \qquad (\alpha, \omega = 1, 2, 3).$$

La première somme concerne les vibrations acoustiques, la seconde les vibrations rapides, celles qui ont des fréquences élevées, même si **S** est nul. En outre, l'ion Cl^{-1} et l'ion K^{+1} ayant des masses voisines peuvent être affectés du même facteur H.

Supposons le pôle de diffusion dans une zone paire $(M_1 + M_2 + M_3 = 2n)$ *près du centre*. Le pouvoir diffusant du premier ordre se réduit à celui des ondes acoustiques. Puisque **S** est petit, les vibrations acoustiques des ions Cl^{-1}

et celles des ions K^{+1}, qui forment une même onde, ont sensiblement la même amplitude, et leur fréquence est faible. Si la température égale ou excède la température ordinaire, les ondes acoustiques de faibles fréquences ont des énergies moyennes égales à kT. Dans ces conditions, le pouvoir diffusant du premier ordre est

$$p_1 = \frac{|\mathbf{X}|^2 H^2 (f_{Cl} + f_K)^2 kT}{\sigma m |\mathbf{S}|^2} \left(\frac{\cos^2 |\mathbf{XA}_1|}{V_1^2} + \frac{\cos^2 |\mathbf{XA}_2|}{V_2^2} + \frac{\cos^2 |\mathbf{XA}_3|}{V_3^2} \right);$$

$$H = \exp(-B |\mathbf{X}|^2 T); \qquad (\text{à } T = 290^\circ K;\ B = 0,155 \times 10^{-18});$$

$$\cos^2 |\mathbf{XA}_1| + \cos^2 |\mathbf{XA}_2| + \cos^2 |\mathbf{XA}_3| \simeq 1.$$

Si le vecteur $\mathbf{X}$ est parallèle à l'une des amplitudes $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$, on obtient la vitesse de l'onde correspondante. Les vitesses V_d déduites du pouvoir diffusant concordent avec les vitesses V_m mesurées par des procédés mécaniques (2).

Vibration.	Direction.	Sens de propagation.	$V_d \times 10^{-5}$.	$V_m \times 10^{-5}$.
Longitudinale......	100	100	4,5	4,51
Tranversale........	001	110	1,83	1,79
Transversale........	$01\bar{1}$	011	2,9	2,95

La distribution du rayonnement diffusé est conforme à la théorie. Les zones de la sylvine sont des cubo-octaèdres. Si le pôle de diffusion est dans une zone impaire ($M_1 + M_2 + M_3 = 2n + 1$), le rayonnement diffusé est dû surtout aux vibrations rapides leurs fréquences sont grandes, le pouvoir diffusant est petit. Si le pôle de diffusion se trouve dans une zone paire, ce sont les vibrations acoustiques qui produisent presque toute la diffusion : elles ont des fréquences petites, le pouvoir diffusant est grand. Aussi, les domaines de diffusion forte se confondent avec les zones paires.

III. Quel que soit le nombre des atomes contenus dans la maille élémentaire, les vibrations rapides ont des fréquences élevées et un pouvoir diffusant faible. Les vibrations acoustiques ont des fréquences moindres, qui s'annulent avec $\mathbf{S}$; leur pouvoir diffusant peut s'écrire

$$p'_1 = \frac{|\mathbf{X}|^2}{\sigma m} \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{E_\alpha |\Phi'_\alpha|^2 \cos^2 |\mathbf{XA}_\alpha|}{\nu_\alpha^2}.$$

Les ondes acoustiques donnent une diffusion intense si les facteurs de structure Φ'_α sont grands. Ces facteurs de structure tendent vers celui du cristal lorsque $\mathbf{S}$ tend vers zéro. *La diffusion est donc forte dans une zone* (M_1, M_2, M_3), *toutes les fois que la réflexion sélective* (M_1, M_2, M_3) *est intense*, et le pouvoir diffusant fort permet d'atteindre les vitesses des ondes acoustiques et les coefficients d'élasticité.

---

(2) *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1512, et *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, 52, 1939, p. 1.

GÉOLOGIE. — *Sur le Trias du massif du Chenoua (Département d'Alger).* Note de MM. **Jacques Flandrin** et **Alexis Lambert**, présentée par M. Charles Jacob.

A la fin de 1940, nous avons eu l'occasion d'étudier en détail le massif du Chenoua et de préciser l'âge de ses diverses formations. Nous avons notamment pu y déceler un Trias à puissant Muschelkalk marin, confondu jusque-là avec différents termes de la série liasique.

Une bonne coupe de ce Trias peut être relevée dans la vallée de l'Oued Sidi Abd er Rahmane, au Nord-Est du massif, sur la feuille au 1/50000 de Tipasa. Du Nord au Sud et de bas en haut, on observe la succession suivante :

1° Puissante série de dépôts rouges formés de conglomérats à éléments siliceux, de grès, plus ou moins grossiers ou psammitiques, et d'argiles. Ces formations rouges reposent sur une série à faciès flysch, d'âge primaire, où le Dévonien est représenté par des couches à *Tentaculites*. Leur épaisseur varie de 50 à 500^{m}.

2° Argiles rouges avec calcaires jaunâtres en plaquettes, environ 30^{m}.

3° Dolomies en gros bancs, environ 20^{m}.

4° Poudingue à ciment siliceux, parfois rouge, avec galets de dolomie, 20 à 30^{m}.

5° Calcaires vermiculés (dits à fucoïdes), calcaires siliceux et calcaires dolomitiques en gros bancs, environ 100^{m}.

6° Banc de calcaires à petits Gastéropodes, 1^{m}.

7° Calcaires vermiculés (dits à fucoïdes) en plaquettes, 1-2^{m}.

8° Marnes et calcaires gris en dalles, 8 à 10^{m}.

9° Marnes et calcaires marneux jaunes à Myophories du groupe de *M. intermedia* von Schauroth et petits Lamellibranches, 5 à 10^{m}.

10° Cargneules, 15^{m}.

La nature du contact de cette série avec le Lias inférieur n'a pu encore être précisée.

Par analogie avec ce qui est admis généralement en Algérie, nous attribuerons les assises inférieures de la série rouge au Permien, et ses termes supérieurs au Trias inférieur.

Le niveau 2° peut être rattaché au sommet du Werfénien (Röt).

Les niveaux 3° à 9°, caractérisés par leurs calcaires vermiculés et leurs Myophories, correspondent certainement au Trias moyen. Cette série calcaréo-siliceuse et dolomitique est légèrement transgressive d'Est en Ouest et elle arrive à reposer directement sur les poudingues du Permien.

Le niveau 10° pourrait représenter tout ou partie du Trias supérieur.

Les horizons 3° à 10° constituent une partie très importante des massifs calcaires du Chenoua. Nous avons pu les suivre sur tout son versant nord et sur une partie de son versant sud. A l'Ouest, ils forment la totalité du Koudiat St M^{ed} Berkani.

La présence dans le Chenoua de ce Trias à Muschelkalk calcaire, totalement

dépourvu de sédiments gypso-salins, permet d'étendre et de préciser les conclusions paléogéographiques apportées par M. P. Fallot et l'un de nous ([1]), à la suite des découvertes faites dans le Djurdjura par le second signataire de cette Note ([2]). Elle démontre l'individualisation, dès le Trias, de la zone sur laquelle s'est érigée, au Nummulitique, la chaîne calcaire kabylo-rifaine (zone I^c de L. Glangeaud).

Le Trias du Chenoua montre en effet certaines analogies avec celui du Rif espagnol ([3]). Il se rattache également au Trias à Muschelkalk marin récemment signalé dans le Djurdjura. Dans ce dernier massif, toutefois, le Muschelkalk n'est pas uniformément représenté et le Permo-Trias rouge s'intercale souvent seul entre le Primaire et le Lias.

Plus à l'Est encore, dans la chaîne numidique, le Trias marin ne paraît pas exister et le Lias repose directement sur le Primaire ou le Permo-Trias. La mer du Trias moyen et supérieur ne s'est donc pas étendue d'une façon uniforme et pendant un égal laps de temps sur l'ensemble de la zone kabylo-rifaine. Dans ses grandes lignes, la transgression de cette mer paraît s'être effectuée de l'Ouest vers l'Est. Dans le Rif espagnol la série dolomitique du Muschelkalk et du Keuper atteint près de 1000 mètres de puissance. Au Chenoua, l'épaisseur du Muschelkalk est déjà beaucoup moindre (150 à 200 mètres), et les cargneules attribuées au Keuper n'ont plus un cachet franchement marin. A la hauteur du Djurdjura, on arrive dans une région à faciès mixte où le Trias moyen est tantôt marin, tantôt continental ou absent. Lorsque le Muschelkalk marin existe, il s'intercale entre deux séries de grès rouges attribuables au Trias inférieur et au Trias supérieur. Enfin, la mer du Muschelkalk ne paraît pas avoir atteint la chaîne numidique.

Malgré les variations de faciès que l'on peut y déceler, le Trias de la chaîne calcaire kabylo-rifaine s'oppose nettement, par l'absence de sédiments gypso-salins, au Trias essentiellement lagunaire que l'on connaît plus au Sud, dans le sillon tellien et le sillon pré-rifain.

En Algérie, le passage d'un faciès à l'autre s'opère brusquement lorsqu'on franchit la limite qui sépare la chaîne calcaire kabyle (zone I^c de L. Glangeaud) du Flysch crétacé qui la borde vers le Sud (zone I^d de L. Glangeaud). Il convient donc de placer entre ces deux unités paléogéographiques et structurales la ligne de séparation le long de laquelle s'établit le contact entre la zone des Kabylies et la zone du Tell.

([1]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, pp. 146 et 255.

([2]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 924; **209**, 1939, p. 44; **214**, 1942, p. 377.

([3]) P. Fallot, *Notes et Mémoires du Service des Mines et de la Carte géologique du Maroc*, n° **40**, 1937, pp. 306 à 330.

TECTONIQUE. — *Style tectonique du Bas-Languedoc, entre Bas-Rhône et Corbières orientales.* Note de M. **Pierre George**, présentée par M. Charles Jacob.

Entre le rebord des chaînes subalpines au sud du Diois et les Corbières s'étend une large zone de comportement rigide, formant un trottoir sédimentaire au pied des Cévennes et de la terminaison orientale de la Montagne Noire sur 200^{km} de long et 30 à 50^{km} de large. Cette zone nous apparaît comme une unité tectonique indépendante des aires structurales voisines, présentant des réactions originales aux forces qui se sont manifestées dans le Midi méditerranéen du Crétacé au Quaternaire.

1° *Nature des accidents.* — Du Rhône aux Corbières, la tectonique languedocienne est à peu près exclusivement une tectonique cassante. Il s'agit de grands accidents orientés du Nord-Est au Sud-Ouest (orientation hercynienne classique des plis varisques), délimitant des gradins ou des horsts et des fossés interrompus par des bassins de subsidence situés à l'intersection d'accidents de direction méridienne ou subméridienne. Dans le détail, cette disposition est compliquée par la présence de plis-failles Est-Ouest (direction pyrénéo-provençale, type Pic Saint-Loup). Les décalages les plus importants sont enregistrés entre horsts Sud-Ouest, Nord-Est et bassins de subsidence (2000^{m} au moins pour le bassin de Pézenas) [1]. L'écart est moins grand entre éléments positifs et négatifs du faisceau hercynien, mais les rejets appréciables sont toujours de l'ordre de plusieurs centaines de mètres. Il paraît plus important au Sud-Ouest, par exemple dans le bassin de Narbonne [2].

2° Genèse des accidents. — *La structure actuellement visible est le résultat d'une évolution remarquablement continue qui s'est poursuivie sans interruption durable du Crétacé moyen jusqu'au Quaternaire.*

Le morcellement de la zone étudiée est sensible dès l'individualisation de l'isthme durancien, par la détermination d'un certain nombre d'aires de subsidence où se sont accumulées les bauxites dans lesquelles nous voyons un dépôt de *bassins fermés* en région calcaire [3], celles-ci étant recouvertes ensuite par les *formations lacustres* du Rognacien. A l'extrémité Nord-Est du système, les bassins de Carpentras et du Haut-Comtat s'enfoncent pendant tout le Crétacé supérieur. Dans les Garrigues se creusent les bassins de Saint-Martin de Londres, de Sommières etc. Les dislocations hercyniennes proprement dites sont rajeunies à une époque très voisine : l'individualisation de compartiments soulevés et de fossés est soulignée par l'épandage des couches à argiles réfractaires et à lignites du Crétacé supérieur à l'Éocène dans le Gard. Les contrastes sont accentués au moment de la phase majeure de mise en place des Alpessans que le style soit modifié. Les grands accidents SW–NE, déjà sensibles à la fin du Crétacé, prennent figure de lignes directrices de la structure et du relief (fin de l'Oligocène).

---

(1) Pierre George, *Études géographiques sur le Bas-Languedoc*, I. *La Région Montpelliéraine*, Paris, 1938, p. 52.

(2) Pierre George, *Bull. Assoc. Géogr. Fr.*, n° 116, 1938, pp. 108-117.

(3) Pierre George, *La Région du Bas-Rhône*, Paris, 1939, p. 36.

Des travaux récents et nos recherches personnelles permettent d'affirmer que les mouvements se sont poursuivis après le Miocène et après le Pliocène ([4]). Les plateaux situés au Nord de Montpellier (Garrigues) sont manifestement aplanis par l'éorsion à 200 et 300^{m} sur de grands espaces, ce qui suppose une évolution morphologique très poussée au voisinage de niveaux de base à ces altitudes. Or, la série marine miocène, complète, ne dépasse pas aujourd'hui 100^{m} (traces de rivage à 140^{m}) ([5]). Le Plaisancien marin n'apparaît pas dans l'Hérault; le plus haut rivage pliocène connu est à 60^{m} ([6]). Aucun raccord n'est possible entre les surfaces d'aplanissement et aucun niveau de base connu dans la région. D'autre part, le Miocène et le Pliocène marin sont, ici, 100 et 150^{m} plus bas que dans la vallée du Rhône. Miocène et Pliocène portent la trace de déformations le long des accidents radiaux et de tassements dans les fossés ([7]). Ces déformations sont à mettre en relation chronologique et tectonique avec le volcanisme de la région d'Agde, qui est quaternaire. M. Erhart a signalé un paléosol rapporté à la terrasse de 15-18^{m} et fossilisé par une coulée de basalte de 8 à 10^{m} d'épaisseur entre Bessan et Saint-Thibéry, près d'Agde ([8]).

3° *Signification des mouvements.* — Une fois les zones de subsidence (bassins et fossés) déterminées, elles ont continué à s'ennoyer tandis que les aires positives doivent être considérées comme demeurant stables (conservation des surfaces d'aplanissement perchées parfaitement horizontales et passant d'un bloc à un autre par dessus les fossés). Cette constatation nous conduit à conclure, contrairement à l'opinion généralement admise ([9]), que l'essentiel des mouvements enregistrés dans la basse vallée du Rhône et le Bas-Languedoc est attribuable à des phénomènes d'ennoyage dans les bassins et les fossés de la zone sous-cévenole, tout le long de la côte du Golfe du Lion, plutôt qu'à une épéirogénie alpine, dont l'intérêt tectonique n'apparaît que localement et très près de la chaîne (redressement du Pliocène marin à Hauterives et à Nyons).

Le style tectonique de la zone sous-cévenole se définit comme la tendance à l'ennoyage de bassins et de fossés inscrits dans un faisceau de dislocations radiales, affirmée depuis le Crétacé moyen jusqu'au Quaternaire inclus. Il apparaît comme caractérisant une zone de contact entre un vieux socle (Massif central) et une aire de subsidence complexe, le bassin de la Méditerranée occidentale. C'est pourquoi nous proposons d'appeler cette zone *sous-cévenole* ou *méditerranéenne*.

([4]) G. Denizot, *Bull. Serv. Carte géol. France*, **42**, n° 203, Paris, 1940, pp. 163-171; Pierre George, *Études géographiques sur le Bas-Languedoc*, pp. 71-82, spécialement pp. 90-91 (*C. R. Somm. Soc. Géol. France*, 2 mars 1942).

([5]) Pierre George, *Études géographiques...*, p. 74.

([6]) *Ibid.*, p. 79 et 88.

([7]) G. Denizot, *loc. cit.*; L. Joleaud, *Géologie et paléontologie de la Plaine du Comtat. II. Description des terrains néogènes*, Marseille et Montpellier, 1912.

([8]) H. Erhart, *Comptes rendus*, **211**, 1940, pp. 401-403.

([9]) M. G. Denizot a cependant exprimé un avis conforme à l'opinion soutenue ici au cours d'une discussion engagée à ce sujet (*Bull. Assoc. Géogr. Fr.*, n° **113**, avril 1938, pp. 71-72).

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les rapports et la distribution paléogéographique de quelques Éléphants fossiles.* Note de M. **Camille Arambourg**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours de ma Mission dans la Vallée de l'Omo (Abyssinie), j'ai recueilli une importante série de débris d'Éléphants fossiles qui se rapportent à *Elephas antiquus Recki* Dietrich, du Pléistocène ancien de l'Afrique Orientale. Parmi ces débris se trouvent deux crânes; l'un, à peu près intégralement conservé, a permis de déterminer les affinités réelles de cette espèce, dont on ne connaissait jusqu'ici que les dents et quelques os des membres.

Des comparaisons effectuées avec les crânes des diverses formes d'Éléphants fossiles de l'Europe et de l'Asie, recherches dont l'exposé fait l'objet d'un travail destiné à un autre Recueil [1], il résulte que l'espèce africaine ne présente, contrairement à ce que pensait son auteur, aucun rapport avec l'*El. antiquus*. Il s'agit, bien au contraire, d'une forme apparentée étroitement à l'*El. meridionalis* et, plus encore, à l'*El. hysudricus* du Pliocène supérieur et du Pléistocène du Sud de l'Asie. Cette constatation conduit, malgré l'opinion généralement admise, à rayer l'Afrique de l'aire de distribution de l'*El. antiquus*, car aucune des citations de cette espèce sur ce continent ne peut être actuellement maintenue.

En premier lieu, en effet, les formes de petite taille signalées en Afrique du Nord par Adams A. Leith ou par Pomel (*El. iolensis*) appartiennent au groupe des Éléphants nains des régions méditerranéennes, lesquels se rattachent, par leurs caractères crâniens et dentaires, à l'*El. namadicus* de l'Inde et de l'Asie extrême orientale. Ce dernier, autrefois identifié à l'*El. antiquus* d'Europe, ou considéré comme un de ses très proches parents à cause de sa morphologie dentaire, appartient, d'après son architecture crânienne, à un tout autre type : son crâne est platycéphale; sa face est raccourcie, élargie dans sa région frontale et surplombée d'un torus supra-nasal caractéristique. *El. antiquus*, au contraire, dont le crâne est maintenant connu par les trouvailles concordantes de Pignataro-Interamna en Italie méridoinale, et de Steinheim en Würtemberg, est hypsicéphale; sa face est longue et étroite; son front, plat; et il se rapproche morphologiquement par l'ensemble de ses caractères de l'Éléphant d'Asie. La similitude dentaire des deux espèces fossiles n'est qu'un caractère de convergence. D'autre part les particularités crâniennes de l'*El. namadicus* se retrouvent toutes sur les crânes d'*El. mnaidriensis*, la plus grande des espèces naines méditerranéennes; elles suffisent à démontrer les affinités réelles de celles-ci.

En second lieu, la grande espèce du Quaternaire ancien de l'Afrique du

---

(1) *Mission scientifique de l'Omo* (sous presse.)

Nord, l'*El. atlanticus* de Pomel, que certains paléontologistes pensaient pouvoir rattacher à l'Éléphant antique, appartient, elle aussi, à un groupe différent : c'est une forme loxodonte typique, très voisine de l'Éléphant actuel d'Afrique, et dont la dentition, très primitive, se relie par des transitions morphologiques insensibles à celle de l'espèce vivante; j'ai eu l'occasion de signaler ici-même (²) une de ces formes transitionnelles.

La distribution des Éléphants nains montre que l'aire d'extension, au cours du Quaternaire, de l'*El. namadicus* a atteint les parages méditerranéens. Il n'est pas exclu de penser, étant donné l'extrême variété des dents de nos gisements quaternaires attribuées à l'*El. antiquus* et dont certaines (par exemple celles de type laticoronate, à formule laminaire faible) rappellent beaucoup celles de l'*El. namadicus*, que cette dernière espèce n'ait existé aussi en Europe continentale, hypothèse qu'évidemment seule la découverte de crânes caractéristiques pourra confirmer.

Aucune raison géographique ne s'oppose, toutefois, à une telle hypothèse, puisque l'on sait qu'à la fin du Pliocène le groupe des Archidiscodontes *planifrons-meridionalis-hysudricus* s'est étendu à la fois à l'Europe, à l'Asie et à l'Afrique. Il n'est, enfin, pas impossible non plus qu'à la fin du Quaternaire, certaines hardes de l'Éléphant antique, chassées d'Europe par le changement climatique contemporain de la dernière glaciation, n'aient émigré jusqu'en Asie extrême-orientale où elles auraient été l'origine de l'Éléphant actuel d'Asie. Depuis longtemps en effet, les paléontologistes ont observé, dans le Quaternaire supérieur de l'Inde, et plus récemment dans celui de la Chine (³), de nombreux types de passage entre les dents fossiles du type *namadicus-antiquus* et celles de l'espèce vivante; la structure crânienne de l'Éléphant antique, telle que nous la connaissons maintenant, et celle de l'Éléphant d'Asie sont loin de s'opposer à une telle filiation.

BOTANIQUE. — *Sur les différenciations provoquées par les blessures dans les gousses de Pois* (Pisium sativum *L.*). Note de M. **Roger Ulrich**, présentée par M. Marin Molliard.

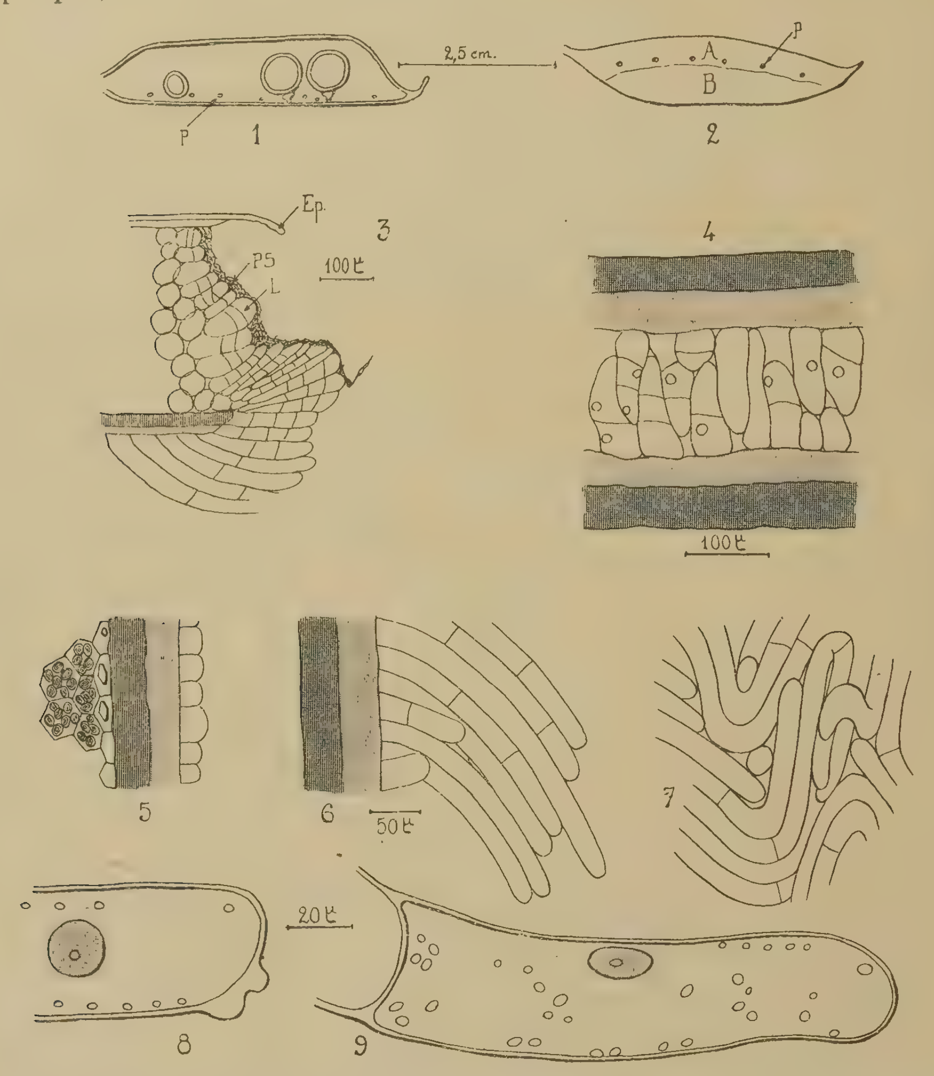
Des gousses de Pois de 5 à 6cm de longueur ont été perforées le 16 juin à l'aide d'une aiguille, normalement à la surface des valves et en 5 à 7 points plus ou moins éloignés du bord placentaire (*fig.* 1 et 2, *p*); les fruits ont ensuite évolué sur pied dans les conditions naturelles. Les récoltes ont eu lieu 10 jours plus tard; les gousses, de même longueur qu'à l'origine, présentaient alors l'aspect suivant :

a. les fruits perforés de façon à éviter les graines (*fig.* 2) montraient une soudure des valves dans la région atteinte (A) et un accroissement sensible en

(²) Arambourg et Tilho, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1775.

(³) Teilhard de Chardin et Trassaert, *Paleont. Sinica*, Série C, 13, fasc. I, 1937, p. 51.

épaisseur dans la moitié adjacente au placenta (B); les graines, développées dans un espace réduit, s'étaient plus ou moins déformées par pression réciproque;



A l'extérieur de l'endocarpe laissé en blanc se trouvent successivement : un parenchyme (en grisé clair), des fibres lignifiées obliques (en grisé foncé), des cellules à cristaux et le mésocarpe bourré d'amidon.

b. dans les péricarpes perforés dans la région des graines, ces dernières étaient souvent avortées, et les gousses renfermaient un tissu anormal d'aspect cotonneux.

L'examen microscopique permet de distinguer deux sortes de réactions dans les valves blessées; examinons-les successivement.

1. *Au niveau même des perforations* (*fig.* 3), *les bords de la plaie présentent la structure stratifiée caractéristique des parenchymes cicatrisés :* des éléments morts et contractés de parenchyme sacrifié (P. S), des cellules à paroi

lignifiée (L) formant des rudiments de lame ligno-subéreuse, enfin des cellules cloisonnées, particulièrement nombreuses au voisinage des nervures. Comme dans d'autres organes minces, les divers tissus de la cicatrice ne présentent pas ici la même régularité de disposition que dans les organes massifs de structure plus homogène.

2. *A l'intérieur des fruits blessés, des proliférations ont pris naissance.* Elles forment une bourre cotonneuse entre les graines qui ont survécu aux piqûres voisines du placenta (*fig.* 1). Dans les gousses perforées plus loin des graines (*fig.* 2), des excroissances des deux valves s'accolent et maintiennent ces dernières en contact étroit (*fig.* 4). Toutes ces intumescences dérivent essentiellement de l'endocarpe originel figuré plus haut (*fig.* 5). Le traumatisme a déterminé, souvent loin des piqûres, l'allongement de ses cellules en poils cloisonnés particulièrement longs lorsque les graines ont été détruites. Ils ont généralement la même orientation (*fig.* 6), mais, au voisinage des graines qui ont pu poursuivre leur croissance, ils s'enchevêtrent et constituent une sorte de faux-tissu (*fig.* 7). Leurs cellules renferment de nombreux plastes et un gros noyau (*fig.* 9); la face externe de leur membrane porte parfois des verrues (*fig.* 8).

Les deux tissus décrits dans les paragraphes précédents se rejoignent à la face interne des valves, au niveau de l'orifice de chaque piqûre; ils rappellent respectivement le liège de blessure et le cal considérés depuis Frank comme les types fondamentaux de tissus cicatriciels. Malgré leur proximité, ils ont pris naissance, l'un dans le milieu très humide constitué par l'atmosphère de la gousse, l'autre sur les bords de la plaie, c'est-à-dire dans une région perdant activement de l'eau. Ces faits, rejoignant d'autres observations, confirment que l'humidité du milieu joue bien un rôle essentiel dans l'apparition des cals, tandis qu'une dessiccation modérée favorise la différenciation des cicatrices ligno-subérifiées.

Au sujet de l'origine des intumescences précédentes, rappelons que Kuster en a observé de semblables en plaçant des gousses en milieu saturé d'humidité [1]; il est donc probable que le traumatisme a déterminé un afflux d'eau dans les cellules de l'endocarpe, vraisemblablement par suite d'une accumulation préalable de substances solubles dans le suc cellulaire.

La réaction énergique des cellules de l'endocarpe permet de considérer la gousse de Pois comme un matériel de choix dans l'étude des réactions traumatiques; d'autres Légumineuses ont déjà attiré l'attention des chercheurs par des propriétés analogues (Küster, Garms, Bonner et English etc.). Remarquons toutefois que la production des intumescences est une réponse à certaines modifications osmotiques des cellules qui ne paraissent pas nécessairement résulter d'excitations traumatiques.

---

[1] *Flora*, 96, 1906, p. 527.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la dédifférenciation des cellules du parenchyme libérien de Carotte cultivé* in vitro *en présence d'hétéroauxine*. Note de M. **Roger Buvat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons indiqué (¹) comment le parenchymelibérien de Carotte cultivé *in vitro* en présence de fortes doses d'hétéroauxine (10^{-5}) produit des racines par dédifférenciation de ses cellules en deux temps. Le premier temps aboutit à la formation d'un néo-tissu résultant des premiers cloisonnements des cellules parenchymateuses. Des assises génératrices se forment souvent dans ce néo-tissu. De ces assises ou d'îlots cellulaires restreints naissent des méristèmes primaires de racines : c'est le second temps de dédifférenciation.

Le parenchyme libérien est constitué de grandes cellules presque entièrement remplies par la vacuole. Le cytoplasme forme une couche pariétale très mince. Les noyaux sont fusiformes ou lenticulaires, accolés à la paroi cellulaire. Le cytoplasme contient un chondriome très fin, en filaments, bâtonnets et grains, des chromoplastes portant de grands cristaux de carotène, aux formes les plus variées, ainsi que des granulations liposolubles, dont certaines au moins semblent phospholipidiques (réaction de Smith-Dietrich). Beaucoup de celles-ci sont associées aux chromoplastes.

Les premiers signes d'activation de ces cellules sont nucléaires. Les petits noyaux s'enrichissent progressivement en chromatine (réaction de Feulgen), et se divisent avant que les autres éléments figurés de la cellule aient subi de modification visible. La principale particularité des premières mitoses est l'aplatissement considérable de la masse nucléaire à la télophase, lors de la formation de la plaque cellulaire, dont la surface est ainsi rendue maximum. Elle ne suffit cependant pas toujours à cloisonner entièrement la cellule mère et il se forme souvent des cellules plurinucléées ou à cloisons incomplètes, mais ceci n'est que transitoire.

On aboutit à un tissu de cellules plus petites, où l'on reconnaît au début les cadres des cellules mères. Alors commence la dédifférenciation du chondriome et des plastes. Les plus longs chondriocontes se raccourcissent en s'épaississant et se divisent en bâtonnets et en mitochondries de plus en plus globuleuses.

La régression des chromoplastes est plus difficile à suivre en raison de la diversité de leur forme et de leur taille. En outre ils sont décolorés par les fixateurs qui les conservent, et ils se dépigmentent naturellement en se dédifférenciant. Nous n'avons reconnu cette involution qu'à l'aide de nombreuses observations sur le vivant et de coupes colorées par la méthode de Küll (fuchsine d'Altmann) après fixation au Meves, ces techniques se contrôlant réciproquement. Dans beaucoup de cas on constate d'abord une réduction de la taille du

(¹) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 808-810.

plaste, qui conserve plus ou moins longtemps la même forme cristalline ; puis le corps mitochondrial du plaste se condense autour du cristallite qui se résorbe en son intérieur. Cette *régénération* du plaste est souvent accentuée soit à une extrémité (*fig.* 7, 8), soit aux deux (*fig.* 12, 13), soit sur le trajet du cristallite (*fig.* 6, 10, 11). La résorption de celui-ci supprime les formes anguleuses et rigides du chromoplaste, il ressemble bientôt à un grand chondrioconte, plus épais que les autres (*fig.* 14 à 18). Il se raccourcit ensuite et se divise par étranglements, d'où les aspects en fuseaux fréquemment observés (*fig.* 19 à 23). Peu à peu ces plastes deviennent sphériques et leur taille diminue au fur et à mesure de leurs divisions (*fig.* 24 à 30). Au cours de cette involution, le plaste se



Figures de régression des chromoplastes de Carotte (Meves-Fuchsine).

décolore progressivement, souvent avant de perdre sa force cristalline, indice possible de réactions de saturation de la molécule de carotène. Souvent de tels plastes donnent plus volontiers les réactions des lipides (Noir-Soudan-B). On trouve parfois des granulations lipidiques carotinoïdes sur des plastes ainsi décolorés.

Cette première phase de dédifférenciation s'accompagne d'accroissement de la quantité des granulations liposolubles du cytoplasme ; ceci peut aller jusqu'à la formation de cellules littéralement bourrées de gros globules. Il semble s'agir surtout d'essences comme en sécrètent seules les cellules des canaux sécréteurs dans le tubercule normal. Qu'elles soient alignées en assises génératrices ou non, on aboutit alors à des cellules à grande vacuole unique et à cytoplasme pariétal, mais dont le chondriome est entièrement à l'état de mitochondries et de bâtonnets. Le noyau est un peu plus gros et plus chromatique que dans les cellules initiales. Ces caractères sont également ceux des cellules du cambium : la première phase de dédifférenciation ramène donc les cellules du parenchyme libérien à la structure des cellules cambiales dont elles dérivent.

La seconde phase concerne surtout le noyau et les vacuoles. Le chondriome achève de se segmenter en bâtonnets très fins et courts, puis en mitochondries granuleuses. Les noyaux se divisent plus activement, ils s'enrichissent encore en chromatine et deviennent sphériques; le rapport nucléo-plasmique augmente considérablement.

La grande vacuole des cellules de type cambial se réduit et se segmente jusqu'à former des vacuoles sphériques, puis filamentueuses, à contenu concentré. Les fixateurs y forment alors des précipités sidérophiles. Cette dernière phase, qui s'accompagne de l'organogénèse du méristème primaire, aboutit à la formation de cellules embryonnaires normales.

BOTANIQUE AGRICOLE. — *Sur la possibilité d'accroître la production d'huile des cultures de Colza.* Note de M. **Émile André** et M[me] **Madeleine Kogane-Charles**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Parmi les plantes oléagineuses dont la culture réussit en France, le Colza, *Brassica Napus* L. subsp. *oleifera* D. C., passe pour fournir la plus grande quantité d'huile par hectare cultivé. Le rendement obtenu n'est cependant pas aussi élevé qu'il pourrait l'être, en raison d'une particularité botanique concernant le fruit de cette plante. Le Colza appartient à la sous-famille des Crucifères-Brassicées, dont le fruit est une silique déhiscente. Les fleurs sont disposées en grappe, la fleur terminale s'épanouit et fructifie la dernière. Pour celles qui viennent ensuite, floraison et fructification s'échelonnent dans le temps jusqu'au moment de la récolte, pratiquée lorsque les premières siliques sont mûres et prêtes à s'ouvrir. Cette récolte prématurée permet d'éviter une perte de graines par *écalage*. Par contre elle entraîne un manque à gagner, parce que, parmi les siliques qui se trouvent placées le long de l'inflorescence, celles du bas sont mûres, les suivantes sont, les unes à peine mûres, les autres imparfaitement mûres, celles d'en haut enfin ont leurs graines à peine formées. En compulsant la littérature scientifique et technique concernant la culture du Colza, il nous a semblé que jamais encore on n'avait essayé de chiffrer le manque à gagner causé par la récolte précoce. L'objet de la présente Note est de montrer qu'il est possible d'en déterminer l'ordre de grandeur avec une approximation suffisante.

Nous avons étudié un petit lot de graines de Colza récoltées en 1941 dans une exploitation agricole de la Gironde. Dès l'abord nous avons été frappés par la diversité de calibre et de couleur de ces graines. Nous avons procédé à leur calibrage en les faisant passer à travers une série de cinq tamis garnis de tôle, perforée d'ouvertures de forme allongée, de largeur décroissante. Le refus de chacun des cinq tamis a fourni cinq lots de graines. Pour chaque lot nous avons déterminé : 1° le calibre moyen des graines; 2° le nombre de

graines contenues dans un gramme; 3° la teneur en huile. L'extraction a été faite par l'essence légère de pétrole.

Caractères des divers lots de graines retirés de l'échantillon total.

Graines.	Calibre moyen (mm).	Proportion % dans l'échantillon total.	Nombre de graines dans 1g.	Teneur % en humidité.	Teneur % en huile.
Très grosses..........	2,0 à 2,5	1,3	196	8,81	39,7
Grosses	1,6 1,9	15,3	218	9,16	38,5
Moyennes............	1,4 1,6	59,4	287	9,48	37,2
Petites..............	1,2 1,4	20,5	477	10,38	31,8
Très petites..........	0,5 1,2	3,5	564	11,23	24,9

Caractères des huiles retirées des divers lots de graines.

Graines.	Couleur.	Densité à +15°.	Acidité en acide oléique %.	Indice de saponification.	Indice d'iode (Hanus).
Très grosses..........	Jaune pâle	0,913	–	176	96,0
Grosses	Jaune roux clair	0,916	1,29	177	97,5
Moyennes............	Jaune roux	0,915	1,35	174	97,0
Petites..............	Jaune vert	0,915	2,23	171	95,0
Très petites..........	Verte	0,915	5,00	176	98,0

Aux diverses données numériques qui figurent dans les deux tableaux ci-dessus, nous ajouterons que les graines tout venant de l'échantillon paysan reçu, fournissaient une teneur en huile de 35,8 %.

Nous avons calculé le manque à gagner en huile pour un kilo de graines de l'échantillon considéré, de la manière suivante : Nous avons pris les graines moyennes comme type de graines arrivées à maturité.

Dans un kilo d'échantillon paysan nous avons établi qu'il existe 205g de graines petites et 35g de graines très petites.

Le rendement en huile des graines moyennes est de 37,2 %, un gramme de ces graines, soit 287 unités, fournissent 0g,372 d'huile et une graine 0g,001296.

Petites graines : 205g de graines à 477 graines par gramme donnent 97785 graines qui fourniraient à maturité $0,001296 \times 97785 = 126^g,73$ d'huile au lieu de

$$\frac{31,8 \times 205}{100} = 65^g,170,$$

soit une plus-value de 61g,56 d'huile.

Très petites graines : 35g de graines à 564 graines par gramme donnent 19740 graines qui fourniraient à maturité $0,001296 \times 19740 = 25^g,58$ d'huile au lieu de

$$\frac{24,9 \times 35}{100} = 8^g,71,$$

soit une plus-value de 16g,87. La plus value totale s'établirait donc à

$$61,56 + 16^g,87 = 78^g,43.$$

Un kilo de graines tout venant fournit 358g d'huile, il en donnerait 437g,4 si les graines petites et très petites pouvaient se développer jusqu'à devenir des graines moyennes et l'augmentation de rendement serait très voisine de 22 % (21,9).

Nous avons voulu rester très modérés en ne tenant point compte du fait qu'une proportion inconnue de graines moyennes se développeraient jusqu'à devenir de grosses graines. En admettant que la plus-value totale atteindrait en réalité 25 %, nous croyons ne commettre aucune exagération.

Conclusion. — Il serait possible de remédier d'une façon appréciable à la moins-value en huile : 1° en sélectionnant des variétés de Colza dont la floraison totale et la fructification seraient très resserrées dans le temps, de telle sorte que les siliques les dernières venues seraient plus près de la maturité au moment de la récolte; 2° en sélectionnant des variétés à silique difficilement déhiscente, ce qui retarderait l'écalage et permettrait une récolte plus tardive. La variété *Colza parapluie* passe pour présenter cet avantage.

Pour terminer, nous rappellerons que les agriculteurs qui produisent du Colza auraient intérêt à pratiquer eux-mêmes le calibrage (au moins partiel) de leurs graines en conservant pour les semer les graines les plus grosses, c'est-à-dire les plus mûres et les plus riches en huile.

ZOOLOGIE. — *Sur l'embryologie des Myriapodes du groupe des* Symphyla. Note [1] de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le développement des *Symphyla* n'a été jusqu'ici absolument pas étudié. Personne n'avait même encore vu les jeunes au moment de leur éclosion, de sorte que la phase initiale du cycle postembryonnaire, dans ce groupe primitif de Myriapodes, reste inconnue. Au cours de mon séjour de six ans en Indochine, j'ai toujours cherché une occasion d'observer l'ontogénèse des Symphyles; c'est seulement dans mon dernier voyage (1938-1939) que j'ai eu la possibilité d'aborder cette question. Bien que mes études soient restées inachevées, les observations que j'ai réussi à faire peuvent servir de point de départ pour les recherches futures. Les résultats les plus démonstratifs ont été obtenus avec les pontes d'une *Symphylella* (voisine de *S. simplex* Hans.) du Haut-Tonkin, recueillies en juillet-août, et avec celles d'une *Hanseniella* (espèce nouvelle, voisine de *H. orientalis* Hans.) du plateau de Lang-Biang (Sud-Annam), recueillies en mai-juin.

Les œufs de ces deux espèces ont été trouvés pondus dans les endroits humides (trous creusés dans le sol, ou dans les débris pulvérulents des troncs d'arbres abattus et en décomposition). Ces nids primitifs sont bien cachés et protégés contre la lumière. La femelle reste sur sa ponte jusqu'après l'éclosion des petits. Les œufs d'une ponte ne sont pas libres, mais agglomérés en une masse commune. L'œuf est petit (0,02-0mm,03 de diamètre), assez riche en dentoplasme et pourvu

(1) Séance du 16 mars 1942.

d'un chorion hérissé, sur toute sa surface, de petits tubercules. Chez *Symphylella*, cette ornementation est moins accusée que chez *Hanseniella*, ce qui permet de suivre le développement *in vitro*.

La segmentation est *parfaitement totale*. Jusqu'à la fin les blastomères restent absolument indépendants, de sorte que, contrairement au cas des Diplopodes (*Polydesmus*), la segmentation ne devient pas partielle aux stades avancés, pour s'achever suivant le type superficiel.

La segmentation est subégale, mais non régulière; sa marche, à partir du début même du processus, n'étant pas rigoureusement définie, on n'y trouve ni coordination apparente, ni simultanéité dans la marche de cinèses. Chaque blastomère semble se diviser pour son compte. Pendant la segmentation, tous les blastomères restent à la périphérie de l'ébauche, jusqu'au commencement de la gastrulation. Ainsi la segmentation aboutit non au stade de morula (cas de *Polydesmus*), mais au stade de blastula. On a une *cœloblastula typique*, pourvue d'un blastocœle bien développé, qui apparaît très tôt (au stade 24, et même 16). Avant que les feuillets embryonnaires soient différenciés dans la région postérieure du blastocœle, en un point qui correspond à l'extrémité postérieure du futur blastopore, apparaît un amas de cellules qui se détachent du blastoderme et restent sur place, jusqu'à des stades très avancés de l'ontogénèse. Je me crois autorisé à considérer ces cellules comme des éléments génitaux primordiaux.

Le processus de la gastrulation se fait par une *véritable invagination*, qui, sous sa forme typique, n'a jamais été observée, ni chez les Myriapodes, ni chez les Insectes. Sur la surface de la cœloblastule sphérique apparaît un long sillon, qui occupe presque la moitié du méridien médian de l'ébauche. Ce sillon étroit, mais très profond et dont l'apparition détermine la face ventrale de l'embryon, ne représente pas un simple foyer de prolifération des éléments blastodermiques, destinés à la constitution du feuillet intérieur (entomésoderme), comme cela a lieu chez les Diplopodes et les Insectes, mais doit être considéré comme une véritable invagination gastrale. En effet la gastrulation aboutit à la formation d'une gouttière archentérique, très spacieuse, dont les parois sont faites par des éléments endodermiques (relativement peu nombreux), agencés en une couche unistratifiée, épaisse, mais assez mal ordonnée. La cavité gastrale, bien développée, mais de forme irrégulière, persiste quelque temps, même après la fermeture du blastopore, puis disparaît, les éléments endodermiques qui l'ont limitée se regroupant et finissant par s'agencer en un cordon cellulaire massif. Cette ébauche du mésentéron, très volumineuse par rapport à la taille du corps embryonnaire, est appelée à subir une longue série de changements histogénétiques, avant de se transformer en le tube intestinal définitif. Aux stades avancés, je l'ai vue transformée en une masse syncytiale pleine, vacuolisée, assez riche en dentoplasme et avec de nombreux noyaux, dont la majorité se trouvaient en voie de concentration à la périphérie, tandis

que les autres, relativement peu nombreux, restaient au centre et jouent le rôle de vitellophages.

Les portions ectodermiques de l'appareil digestif, stomodeum et proctodeum, sont bien développées et apparaissent très tôt. Elles prennent naissance aux deux extrémités de la fente blastoporique, avant que les traces du blastopore ne soient complètement effacées. Elles n'entrent en contact avec l'ébauche du mésentéron qu'à la phase syncytiale de son évolution. La formation du mésoderme a été suivie par moi chez *Symphylella*, qui présente, sous ce rapport, des particularités remarquables, dont on ne trouve l'analogue que peut-être parmi les Collemboles (*Isotoma cinerea*), en apportant un certain correctif aux interprétations de Philiptschenko. Le cœloblaste de *Symphylella* prend naissance indépendamment de l'endoderme (ce qui a lieu aussi chez certains Diplopodes) et son ébauche n'est pas strictement localisée, mais plutôt diffuse, ce qui marque singulièrement son origine bilatérale. Elle se forme par une migration multipolaire des éléments blastodermiques, qui s'ordonnent en deux complexes cellulaires symétriques : les cellules provenant de chaque hémisphère donnent la bandelette du côté correspondant. Ces bandelettes mésodermiques, qui flanquent l'ébauche du mésentéron, se creusent ensuite de cavités cœlomiques, sans métamérisation préalable en deux rangées de somites indépendants.

Je ne me sens pas autorisé pour le moment à discuter la question de la métamérisation de l'embryon. J'insiste sur un fait : les jeunes *Symphylella* et *Hanseniella éclosent en ne possédant que trois paires de pattes.*

Depuis longtemps, Latzel a émis l'idée que l'anamorphose des jeunes *Scolopendrella* débute par une larve hexapode, mais ce n'était jusqu'ici qu'une supposition gratuite et fortement discutée.

PHARMACODYNAMIE. — *L'action des poisons sur l'intestin isolé ou* in situ *est différente suivant que le contact est exo- ou endo-intestinal.* Note de M. **Robert Tiffeneau** et Mlle **Marcelle Beauvallet**, présentée par M. Marc Tiffeneau.

Au cours de nos recherches sur les poisons à action potentielle, nous avons constaté que divers poisons modificateurs de la motricité intestinale, les uns inhibiteurs (adrénaline), les autres stimulants (acétylcholine, chlorure de baryum et pilocarpine), n'exercent leurs effets habituels que s'ils sont appliqués du côté de la séreuse, alors qu'ils sont sans effet, même à des concentrations beaucoup plus fortes, lorsque leur application sur l'intestin isolé a lieu du côté de la muqueuse.

Des constatations analogues ont été faites par divers auteurs. Toutefois les différences d'action suivant la voie de pénétration ne s'observent pas identi-

quement pour tous les poisons. C'est ainsi que Paffrath ([1]) [acétylcholine ([2]), histamine, pilocarpine], puis Never et Vincke (adrénaline, acétylcholine, histamine, Cl^2Ba) ont montré que, sur l'intestin isolé, les poisons étudiés par eux n'exercent leur action normale et avec leurs différences d'intensité caractéristique, qu'après application du côté séreuse, alors que, du côté muqueuse, leur action est nulle ou faible et de même intensité pour les divers poisons examinés. Il n'en est plus de même avec la novocaïne qui n'exercerait ses effets paralysants qu'après contact avec la muqueuse et non avec la séreuse. D'autre part, Meissner ([3]) a montré que l'action inhibitrice qu'exercent les alcaloïdes de l'opium aux doses fortes se produit par application de ces poisons, aussi bien du côté muqueuse que du côté séreuse. Tandis que Paffrath attribue les faits constatés par lui à des différences de perméabilité que présenteraient la muqueuse et la séreuse, Never et Vincke admettent que les sièges d'action sont différents selon les substances étudiées : musculature pour les unes, muqueuse pour les autres ([4]).

Quoi qu'il en soit, l'inactivité de certains poisons par la voie endo-intestinale est bien établie et ce fait va à l'encontre de nos connaissances concernant les effets thérapeutiques plus ou moins marqués de ces poisons après administration buccale. Aussi convenait-il d'examiner comparativement par les deux voies de pénétration exo- et endo-intestinale, l'action qu'exercent les mêmes poisons, non plus seulement sur l'intestin isolé, comme l'ont fait les auteurs précités, mais surtout sur l'intestin *in situ* ayant conservé ses connections vasculaires. Or nous avons constaté que, dans ce second cas, les poisons étudiés produisent qualitativement leurs effets aussi bien par la voie muqueuse que par la voie séreuse. Toutefois, si l'on supprime par des ligatures les connections vasculaires de l'intestin *in situ*, l'introduction endo-intestinale du poison n'est suivie d'aucun effet. Il en résulte que les poisons introduits par voie endo-intestinale n'ont pas d'action directe sur la musculature intestinale. Ils n'agissent qu'indirectement après résorption et passage dans la circulation générale.

I. *Absence d'effet sur la motricité de l'intestin isolé, lorsque le poison est mis en contact avec la muqueuse* (*voie de pénétration endo-intestinale*). — Nos recherches ont été effectuées sur l'intestin isolé de Chien, dont on enregistre soit les mouvements pendulaires, soit les mouvements péristaltiques. Pour l'enregistrement des mouvements pendulaires, un fragment d'intestin récemment prélevé sur l'animal est plongé dans un bain de tyrode oxygéné maintenu à la température de 37°; son extrémité inférieur est obturée par un bouchon avec double tubulure de verre permettant soit d'introduire, soit de faire circuler le tyrode à l'intérieur de l'intestin; l'extrémité supérieure ligaturée par un fil est reliée à un style inscripteur.

([1]) *Arch. exp. Path. Pharmakol.*, 158, 1930, p. 304.

([2]) Haag et Kahlson, *ibid.*, 169, 1933, p. 56, aboutissent à des conclusions inverses pour l'acétylcholine, mais leur dispositif expérimental est différent.

([3]) *Bioch. Z.*, 73, 1916, p. 236.

([4]) *Z. ges. exp. Med.*, 106, 1939, p. 352.

Pour l'enregistement des mouvements péristaltiques, le fragment d'intestin, placé horizontalement dans un bain de tyrode, est fixé à chaque extrémité sur une canule de verre, l'intestin étant rempli de tyrode, l'une de ces canules est reliée à un manomètre à eau qui transmet à une canule de Marey les variations du volume intérieur de l'anse intestinale.

Dans les deux cas aucun effet n'est observé à la suite de l'introduction des poisons ci-dessus énumérés à l'intérieur du segment d'intestin (voie endo-intestinale), même si le contact du poison, tantôt stagnant, tantôt circulant, dure plusieurs heures, ce qui élimine l'hypothèse d'une action simplement retardée ou d'une destruction rapide du poison. Il en est de même lorsque le poison est employé à des concentrations beaucoup plus élevées que celles qui, par la voie exo-intestinale, entraînent des effets manifestes, ce qui élimine l'hypothèse d'une simple différence de sensibilité. C'est ainsi que l'adrénaline introduite dans le bain extérieur (voie exo-intestinale) à la concentration de 1 pour 50 millions, détermine une chute de tonus avec inhibition de la péristaltique, tandis que par la voie endo-intestinale une concentration 5000 fois plus élevée (1 pour 10000) n'entraîne aucun effet. Les mêmes différences d'action entre les voies exo- et endo-intestinales ont été obtenues pour les poisons stimulants : acétylcholine, pilocarpine et chlorure de barym.

II. *Effet typique sur la motricité de l'intestin* in situ, *après introduction endo-intestinale du poison; absence d'effet après ligature des connections vasculaires.* — Lorsque le segment intestinal *in situ* a été préparé comme il est indiqué ci-dessus pour l'enregistrement des mouvements péristaltiques, tout en restant irrigué par son pédicule vasculaire, l'introduction endo-intestinale des divers agents pharmacodynamiques étudiés est suivie d'effets comparables à ceux obtenus par la voie exo-intestinale; ils s'en différencient néanmoins par les caractères suivants : 1° Tandis que par la voie exo-intestinale l'application du poison est suivie d'un effet immédiat, celle-ci n'entraîne d'effet par la voie endo-intestinale qu'après un retard de quelques minutes. 2° Lorsque le liquide est introduit par la voie endo-intestinale, la concentration du poison nécessaire pour obtenir un effet de même intensité que par la voie exo-intestinale doit être beaucoup plus forte et d'autant plus que l'anse intestinale est plus courte, c'est-à-dire que la surface de résorption est plus faible. Il n'y a donc pas action directe du poison dans son cheminement de la muqueuse vers la musculeuse, mais bien résorption veineuse suivie d'une pénétration du poison dans la circulation générale. Les faits ci-après en fournissent d'autres preuves : *a.* Si le poison est introduit à l'intérieur d'une autre anse intestinale, l'effet est le même que par introduction dans l'anse dont on enregistre les mouvements. *b.* Cet effet s'accompagne de phénomènes généraux en rapport avec la pénétration du poison dans la circulation. Ainsi l'introduction d'acétylcholine dans une anse intestinale est suivie non seulement d'une augmentation de la péristaltique intestinale, mais encore d'une baisse progressive et durable de la pression artérielle, qui ne disparaît qu'après lavage de l'anse intestinale. *c.* Si, par compression du pédicule vasculaire, on interrompt la circulation sanguine dans le segment intestinal, l'introduction du poison à l'intérieur de ce segment n'est suivie d'aucun effet; par contre, le rétablissement de la circulation par suppression de la compression a pour conséquence l'apparition de l'effet.

Conclusion. — Après introduction par la voie endo-intestinale, les poisons inhibiteurs (adrénaline) et stimulants (acétylcholine, pilocarpine, chlorure de baryum) n'ont pas d'action directe sur la musculature. C'est seulement après leur résorption et leur passage dans la circulation générale qu'ils produisent leurs effets; ceux-ci se manifestent non seulement sur le tube digestif mais aussi sur tous les appareils sensibles à ces poisons.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Phosphomonoestérases et pyrophosphatases des Basidiomycètes.* Note de M. NGUYEN-VAN THOAI, présentée par M. Henri Colin.

Il est remarquable, du point de vue de la biochimie comparée, que les tissus végétaux ne contiennent guère de phosphatases *alcalines*, si largement répandues dans les organes d'animaux, et renferment, par contre, plusieurs enzymes de ce type particulièrement actifs en milieu acide. Les monoestérases des *Aspergillus* (pH optimum 3), des Levures (pH 4,6 et 6,4), des végétaux verts (pH 5 à 5,6), ainsi que des pyrophosphatases de pH optimum 4 et 5,6, sont des exemples frappants de cette répartition. La diversité des substrats de l'action phosphatasique, jointe à l'influence variable de l'ion Mg^{++} sur celle-ci, complique le problème de l'individualité des phosphatases dont le pH optimum est particulier aux différentes sources biologiques.

Nous avons examiné à ce point de vue un certain nombre de Champignons, *Agaricus*, *Armillaria mellea*, *Clytocybe*, *Laccaria laccata*, *Lactarius deliciosus* et *subdulcis*, *Pholiota*, *Scleroderma*, *Tricholoma*, et constaté l'existence dans leurs tissus de deux monoestérases et de deux pyrophosphatases.

La première phosphoestérase, lyoforme, facile à extraire par une macération aqueuse de deux à trois heures, agit spécifiquement et à des vitesses variables sur l'α- et le β-glycérophosphate de sodium, au pH optimum de 3,2 à 4. Dans les mêmes conditions elle reste inactive vis-à-vis des autres esters phosphoriques, les mono- et diéthyl- (ou phényl-) phosphates, les hexoses mono- et diphosphoriques, l'acide phosphopyruvique, les acides mono- et diphosphoglycériques. Un second enzyme du même type, extracellulaire, ne se solubilisant bien qu'après autolyse prononcée, déphosphoryle par contre, au pH optimum de 5 à 5,6, tous les esters ci-dessus. La différence entre les deux monoestérases est renforcée par leurs caractères d'inhibition. Le premier enzyme est très fortement inactivé par Mg^{++} (inhibition totale à la concentration de $0^{mol},1$ par litre de sulfate de magnésium), après dialyse prolongée de la préparation; la seconde phosphatase présente vis-à-vis de Mg^{++} une sensibilité moindre, quoique très nette. En outre la monoestérase de pH optimum égal à 3,2-4, contrairement à son isodyname toujours active, est souvent accompagnée d'un inhibiteur naturel qu'on peut éliminer par adsorption de l'enzyme sur kaolin et élution.

La comparaison des extraits obtenus au cours d'autolyse d'intensité différente permet de situer l'origine de ces inhibiteurs dans les réactions protéolytiques. Leur formation suggère l'existence d'un mécanisme régulateur de l'activité phosphatasique, en relation avec l'état du développement de l'organisme. Cette explication complète les vues récentes d'Albers (¹) sur le rôle de réserves enzymatiques

---

(¹) H. ALBERS, F. BEYER, A. BOHNENKAMP und G. MÜLLER, *Ber. d. chem. Ges.*, 71, 1938, p. 1913.

que joueraient les phosphatases réputées *non physiologiques* et dont les pH optimum d'action s'éloignent des conditions de pH réalisées dans les organismes.

Ainsi le système phosphomonoestérasique des Basidiomycètes est représenté par deux enzymes dont l'un possède tous les caractères de la phosphatase des plantes vertes (son de Riz, Soja, Amande etc.), avec en plus une sensibilité différente à l'ion Mg^{++}, et dont l'autre présente des caractères de spécificité particuliers.

Les Basidiomycètes contiennent en outre deux pyrophosphatases, dont les pH optimum d'action se trouvent respectivement à 3, 8-4 et à 5, 8-6, 4. Elles se différencient d'abord entre elles par le fait que la seconde est constamment inactivée par un inhibiteur naturel qu'on peut séparer par adsorption sur l'alumine. La purification, dont la technique est décrite en détail dans un autre Mémoire, consiste à tamponner énergiquement la solution enzymatique au moyen d'une solution d'acétate d'alumine; la précipitation fractionnée de l'alumine par addition d'ammoniaque permet d'entraîner l'inhibiteur et de mettre en évidence la présence de la pyrophosphatase. L'autre enzyme est toujours apparent dans la préparation enzymatique. Les deux pyrophosphatases, dont les pH optimum rappellent ceux des enzymes d'autres tissus végétaux ou animaux, se distinguent ensuite de ces derniers par leur indifférence à l'égard du magnésium. Ce corps exerce en effet sur la pyrophosphatase de levure ou de muscle le rôle d'une véritable substance complémentaire. Enfin l'association, dans un extrait toluéné vieilli de Basidiomycètes, d'une pyrophosphatase à pH 4 et d'une monoestérase active à pH 5,6, les deux phosphatases étant masquées par des inhibiteurs naturels, permet d'affirmer la spécificité des deux groupes d'enzymes.

Cette distinction n'affecte d'ailleurs pas leur coopération physiologique, et la sensibilité différente des deux catégories d'enzymes à l'action de Mg^{++} nous a permis de suivre l'hydrolyse du diphénylpyrophosphate, et de mettre en évidence la participation à cette réaction d'une pyrophosphatase et d'une monoestérase, ce qui confirme l'opinion de Neuberg et Fischer (2) et écarte l'existence supposée d'un activateur, nécessaire à l'hydrolyse du pyrophosphate organique (3).

Les Basidiomycètes nous offrent ainsi des types de phosphatases qui, malgré des pH optimum semblables à ceux des enzymes d'autres provenances biologiques, possèdent leurs caractères propres. Ceux-ci se résument dans le comportement de la monoestérase *très acide* vis-à-vis de divers substrats, l'existence d'inhibiteurs naturels spécifiques et l'influence variable du magnésium sur des enzymes présents dans le même extrait.

---

(2) *Enzymol.*, **2**, 1937, p. 343.

(3) K. Kurata, *Journ. of Biochem.*, Tokyo, 14, 1931, p. 25.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de la soude sur l'amidon; consolidation des liaisons osidiques intramoléculaires.* Note de MM. **Christian Dumazert** et **René Michel**, présentée par M. Maurice Javillier.

Divers procédés de solubilisation des amidons sont basés sur leur traitement par des lessives alcalines ([1]). Or nous avons constaté que, si les amidons naturels sont, comme on sait, transformés par un chauffage de 6 à 8 heures dans le glycérol à 200-205°C. en polyhexosanes simples non précipitables par l'alcool et ne se colorant pas par addition d'iode, ceux qui ont subi l'action de la soude demeurent, dans les mêmes conditions, précipitables par l'alcool et susceptibles de se colorer en bleu par l'iode. Ceci étant, on pouvait penser que les amidons présentent, après action de la soude, une consolidation de certaines liaisons osidiques intramoléculaires. S'il en est ainsi, le comportement de ces corps vis-à-vis d'agents de dégradation, tels que l'alcool acide bouillant et l'amylase pancréatique, ne doit pas être identique à celui des produits naturels ou des amidons solubilisés par des procédés ne mettant pas en œuvre la soude. C'est ce que nous avons voulu vérifier.

A. *Action des acides en solution alcoolique, à l'ébullition.* — Les substances étudiées sont soumises par fractions de 15^g à l'action de 100^{cm^3} d'alcool à 96° additionnés de 5^g d'acide sulfurique au bain-marie bouillant, pendant des temps variables; l'opération est arrêtée par refroidissement et neutralisation au moyen de 10^g de carbonate de baryum. On centrifuge et lave deux fois le culot par l'alcool à 96°. Les liqueurs alcooliques sont rassemblées et l'alcool chassé sous pression réduite. Le résidu repris par l'eau est soumis à une hydrolyse acide totale et l'on dose le glucose libéré aux divers temps de l'opération. Voici un exemple des résultats obtenus (en grammes de glucose pour 10^g d'amidon), sur l'amidon de blé naturel (*a*) ou solubilisé par action de la soude (*b*) [C. Dumazert et G. Santoni ([2])].

Temps en heures.......	1.	2.	3.	4.
(*a*) amidon naturel (blé) non traité par la soude.	0,062	0,653	0,773	0,873
(*b*) amidon soluble traité par la soude ([3]).......	0,059	0,195	0,212	0,198

La dégradation de l'amidon naturel se poursuit régulièrement sous l'action de l'alcool acide, alors que celle des amidons préalablement traités par la soude est bien moins rapide et ne paraît pas se poursuivre après deux heures de chauffage au bain-marie.

([1]) L'action de la soude, utilisée couramment dans l'industrie pour rendre l'amidon soluble, n'a pas, à notre connaissance, fait l'objet d'études systématiques.

([2]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **22**, 1940, p. 369.

([3]) Les résultats rapportés ci-dessus sont en accord avec d'autres obtenus sur des amidons traités à la soude dans des conditions diverses.

B. *Hydrolyse par l'amylase pancréatique.* — Nous avons utilisé une préparation d'amylase pancréatique rigoureusement dépourvue de maltase dans des conditions nous permettant de mesurer la vitesse initiale de l'hydrolyse des produits mis en œuvre. On trouvera ci-dessous les valeurs, exprimées en centimètres cubes de solution 0,1 N de permanganate de potassium pour 1g d'amidon (G. Bertrand), du pouvoir réducteur apparu au cours du début de l'hydrolyse ([4]).

Temps (en heures et minutes).	Amidon naturel (riz).			Amidon traité à la soude		
	N° 1.	2.	3.	1'.	2'.	3'.
0,15	8,32	11,20	6,75	3,90	2,80	1,12
0,30	19,80	22,40	16,50	9,10	8,40	2,64
0,45	25,50	34,00	–	13,00	13,80	6,75
1	33,60	41,80	27,70	18,50	18,80	10,90
1,15	–	53,90	–	–	22,80	–
1,30	–	–	36,80	–	–	14,40
2	41,70	–	54,00	31,00	34,80	23,40

La vitesse initiale de l'amylolyse est donc environ deux fois moins grande lorsque les amidons ont été traités par la soude.

Conclusions. — L'action de la soude a pour résultat des modifications profondes des propriétés chimiques de l'amidon, se traduisant par sa solubilisation dans l'eau sans augmentation du pouvoir réducteur. Or, d'après Hirst et Young ([5]), la longueur des chaînes fondamentales de glucose ne subit alors aucun changement, le poids moléculaire apparent étant réduit en raison de la dépolymérisation des micelles d'amidon. Nos résultats montrent que, simultanément, les liaisons osidiques intramoléculaires acquièrent une stabilité plus grande.

En effet les amidons traités par la soude ne sont plus détruits par le glycérol à 200-205° C. Ils résistent à la dégradation par l'alcool acide, laquelle est alors moins rapide que celle des amidons naturels. Par ailleurs, l'action de ce dernier agent d'hydrolyse sur les amidons solubilisés au moyen de la soude s'arrête à un stade relativement peu avancé, tandis qu'elle tend à réaliser l'hydrolyse complète des produits naturels. Enfin, la vitesse initiale d'hydrolyse de l'amidon par l'amylase pancréatique est fortement diminuée après traitement alcalin.

([4]) Les résultats des colonnes 1 et 1', 2 et 2', 3 et 3' proviennent d'expériences faites dans des conditions respectivement comparables.

([5]) *J. Chem. Soc.*, 32, 1939, p. 1471. D'après ces auteurs, la méthylation rend l'amidon plus résistant à l'action de divers agents d'hydrolyse. Or, cette réaction étant effectuée en milieu alcalin, il est possible que l'action de la soude soit, en partie, responsable de la stabilisation des amidons méthylés.

On peut conclure de l'ensemble de ces résultats que l'action de la soude sur l'amidon aboutit à une consolidation de certaines liaisons osidiques intramoléculaires.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La décomposition anaérobie de l'homocystéine par différents systèmes biologiques; existence d'une homocystéine-désulfurase.* Note de MM. **Claude Fromageot** et **Pierre Desnuelle**, présentée par M. Maurice Javillier.

Sous l'action de différents systèmes biologiques [désulfurase du foie (1), cystéinase de *B. Coli* (2), cellules non proliférantes de *Propionibacterium pentosaceum* (3) et de *B. subtilis* (4)], la cystéine (*l* ou *d*, *l* selon les cas) subit, en anaérobiose, divers modes de dégradation donnant lieu à la formation d'hydrogène sulfuré. Il était intéressant d'étudier le comportement de l'homocystéine vis-à-vis des mêmes systèmes biologiques, notamment en vue d'éclairer le rôle de l'homocystéine comme corps intermédiaire dans la genèse de la cystéine à partir de la méthionine.

Nous avons préparé l'homocystéine selon la technique de Riegel et Du Vigneaud (5); le dosage du groupe —SH par l'iode dans l'acide acétique (6) a montré que la pureté du produit ainsi synthétisé était de 99,5 %. Dans ce premier travail, nous n'avons pas dédoublé la substance en ses isomères optiques : tous les résultats expérimentaux donnés ci-dessous ont donc été obtenus avec la *d*, *l*-homocystéine; il va sans dire que la cystéine que nous utilisons ici à titre de comparaison est la *d*, *l*-cystéine. Les différents systèmes biologiques employés (Bactéries et ferments) ont été préparés comme il a été indiqué précédemment; leur emploi a lieu dans les conditions mêmes (notamment température et pH) qui ont été reconnues les plus favorables pour la dégradation de la cystéine. Les résultats obtenus sont les suivants :

1° Avec les Bactéries utilisées, alors que la cystéine donne naissance aux quantités habituelles d'hydrogène sulfuré, l'homocystéine ne donne lieu à aucun dégagement appréciable de ce corps. Le cas de *Bact. Coli* est à souligner, car il s'agit ici de cellules qui, à l'état non proliférant, ne décomposent pas immédiatement la cystéine, mais n'acquièrent cette aptitude qu'après un contact de 8 heures environ avec cette substance. Le ferment alors en jeu,

(1) C. Fromageot, E. Wookey et P. Chaix, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 1019; *Enzymologia*, 9, 1940, p. 198.

(2) P. Desnuelle et C. Fromageot, *Enzymologia*, 6, 1939, p. 80.

(3) P. Desnuelle, E. Wookey et C. Fromageot, *Enzymologia*, 8, 1940, p. 225.

(4) C. Fromageot et Tchen Pau Kiun, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 23, 1941, p. 1471.

(5) *J. Biol. Chem.*, 112, 1936, p. 149.

(6) R. Kuhn, L. Birkofer et F. W. Quackenbusch, *Ber. d. chem. Ges.*, 72, 1939, p. 407.

la cystéinase, est ainsi un ferment typique d'adaptation; et il est assez remarquable que ces mêmes cellules se révèlent incapables d'acquérir, dans les mêmes conditions, une aptitude même faible à décomposer l'homocystéine; 2° en revanche, sous l'action des organes animaux, l'homocystéine donne lieu à une formation importante d'hydrogène sulfuré, l'action du foie l'emportant ici encore nettement sur celles du rein et du pancréas; 3° les intensités de la formation d'hydrogène sulfuré à partir de la cystéine et de l'homocystéine sous l'influence des différents systèmes fermentaires ne sont nullement dans un rapport constant : ceci ressort de la comparaison de ces intensités sous l'action, d'une part d'organes broyés frais : $\frac{Q_{H^2S}\,\text{homocystéine}}{Q_{H^2S}\,\text{cystéine}} = 0,55$ pour le foie et 1,92 pour le rein par exemple, et d'autre part des diverses préparations fermentaires obtenues à partir d'un même organe : $\frac{Q_{H^2S}\,\text{homocystéine}}{Q_{H^2S}\,\text{cystéine}} = 0,55$ pour le foie frais broyé, 0,24 pour la poudre acétonique préparée à partir du même foie, et 0,04 pour l'extrait aqueux de cette même poudre acétonique. Il résulte de ces dernières observations que le ferment décomposant l'homocystéine avec formation d'hydrogène sulfuré, contenu dans les organes étudiés, est un ferment particulier, différent de la désulfurase agissant sur la cystéine. Aussi proposons-nous de distinguer ces deux ferments en les désignant respectivement sous les noms de homocystéine-désulfurase et de cystéine-désulfurase.

Le fait que la dégradation de l'homocystéine avec formation d'hydrogène sulfuré est un phénomène moins général que celle de la cystéine, et le fait que cette dégradation de l'homocystéine dans les organes des animaux supérieurs est due à un ferment particulier, incitent à penser que cette réaction joue un rôle important dans le métabolisme du soufre chez ces animaux. Ce rôle semble se manifester, entre autres, dans le passage de la méthionine à la cystéine, passage dans lequel interviendraient alors les équations suivantes, pour la validité desquelles plaide en outre la réversibilité de la désulfuration de la cystéine :

$$\text{Homocystéine} \rightarrow H^2S + \text{produits non caractérisés.}$$

$$H^2S + \text{Alanine} \rightleftharpoons \text{Cystéine} + H^2.$$

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.